

DO NOWEJ PODSTAWY  
PROGRAMOWEJ

Klasa 2

**PORADNIK METODYCZNY** dla nauczycieli  
matematyki w gimnazjum

# Matematyka Europejska

*Ewa Madziąg  
Małgorzata Muchowska*

 **Helion**  
EDUKACJA

Wszelkie prawa zastrzeżone. Nieautoryzowane rozpowszechnianie całości lub fragmentu niniejszej publikacji w jakiejkolwiek postaci jest zabronione. Wykonywanie kopii metodą kserograficzną, fotograficzną, a także kopiowanie książki na nośniku filmowym, magnetycznym lub innym powoduje naruszenie praw autorskich niniejszej publikacji.

Wszystkie znaki występujące w tekście są zastrzeżonymi znakami firmowymi bądź towarowymi ich właścicieli.

Autor oraz Wydawnictwo HELION dołożyli wszelkich starań, by zawarte w tej książce informacje były kompletne i rzetelne. Nie biorą jednak żadnej odpowiedzialności ani za ich wykorzystanie, ani za związane z tym ewentualne naruszenie praw patentowych lub autorskich. Autor oraz Wydawnictwo HELION nie ponoszą również żadnej odpowiedzialności za ewentualne szkody wynikłe z wykorzystania informacji zawartych w książce.

Redaktor prowadzący: Marcin Borecki  
Projekt okładki: Urszula Buczkowska

Fotografia na okładce została wykorzystana za zgodą Shutterstock..

Wydawnictwo HELION  
ul. Kościuszki 1c, 44-100 GLIWICE  
tel. 32 231 22 19, 32 230 98 63  
e-mail: [helion@helion.pl](mailto:helion@helion.pl)  
WWW: <http://helion.pl> (księgarnia internetowa, katalog książek)

Drogi Czytelniku!  
Jeżeli chcesz ocenić tę książkę, zajrzyj pod adres  
<http://helion.pl/user/opinie?porgi2>  
Możesz tam wpisać swoje uwagi, spostrzeżenia, recenzję.

ISBN: 978-83-246-2349-5

Copyright © Helion 2013

Printed in Poland.

- [Kup książkę](#)
- [Poleć książkę](#)
- [Oceń książkę](#)

- [Księgarnia internetowa](#)
- [Lubię to! » Nasza społeczność](#)

# Spis treści

<b>Wstęp</b>	5
<b>Program nauczania „Matematyka Europejczyka”</b>	7
Uwagi wstępne	7
<b>Szczegółowe cele kształcenia i wychowania</b>	9
<b>Ramowy rozkład materiału</b>	13
Realizacja treści podstawy programowej	15
<b>Treści kształcenia i cele szczegółowe w klasie drugiej</b>	21
<b>Sposoby osiągania celów kształcenia i wychowania</b>	27
<b>Opis założonych osiągnięć ucznia</b>	31
Propozycje metod sprawdzania osiągnięć ucznia	43
<b>Szczegółowy rozkład materiału dla klasy drugiej</b>	45
<b>Scenariusze lekcji do wybranych tematów</b>	49
1. Okrąg i koło	49
2. Funkcje	57
3. Układy równań	60
4. Potęgi i pierwiastki	63
5. Twierdzenie Pitagorasa	67
6. Ostrosłupy	78
7. Symetrie	83
8. Statystyka	88
<b>Projekt jako metoda nauczania</b>	93
Harmonogram realizacji projektu	96

<b>Przykłady prac klasowych wraz z kartoteką testu</b>	<b>99</b>
1. Okrąg i koło	99
2. Funkcje	104
3. Układy równań	111
4. Potęgi i pierwiastki	116
5. Twierdzenie Pitagorasa	121
6. Ostrosłupy	126
7. Symetrie	131
8. Statystyka	136

# Scenariusze lekcji do wybranych tematów

## 1. Okrąg i koło

### Temat: Długość łuku, pole wycinka

#### Cele lekcji — uczeń potrafi:

- wyznaczyć długość łuku odpowiadającego danemu kątowi  $\alpha$ ;
- wyznaczyć pole wycinka odpowiadającego danemu kątowi  $\alpha$ ;
- sprawdzić, jaki kąt odpowiada danemu łukowi koła;
- sprawdzić, jaki kąt odpowiada danemu wycinkowi koła;
- wykorzystać umiejętność wyznaczania pola wycinka i długości łuku w rozwiązywaniu zadań.

#### Metody i formy pracy:

- praca indywidualna;
- praca w grupach.

#### Pomoce dydaktyczne:

- podręcznik *Matematyka Europejczyka, klasa 2*;
- karty pracy;
- na zajęcia w ramach zadania domowego uczniowie przygotowują kolorowe papierowe kółka o promieniu 3 cm:
  - a) 2 kółka w różnych kolorach z narysowanym promieniem;
  - b) 2 kółka podzielone średnicami na 2 równe części;

- c) 2 kółka podzielone średnicami na 4 równe części;
  - d) 2 kółka podzielone średnicami na 8 równych części;
  - e) 2 kółka podzielone promieniami na 3 równe części;
  - f) 2 kółka podzielone średnicami na 6 równych części;
- nożyczki, klej.

**Czas pracy:** 1 godzina lekcyjna.

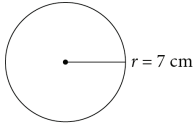
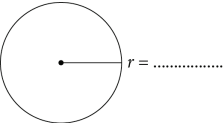
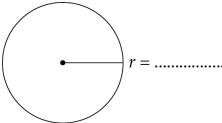
### Przebieg lekcji

Przedstawienie uczniom celu i przebiegu zajęć.

### Etap I

Praca w parach — karta pracy 1.1.

### KARTA PRACY 1.1

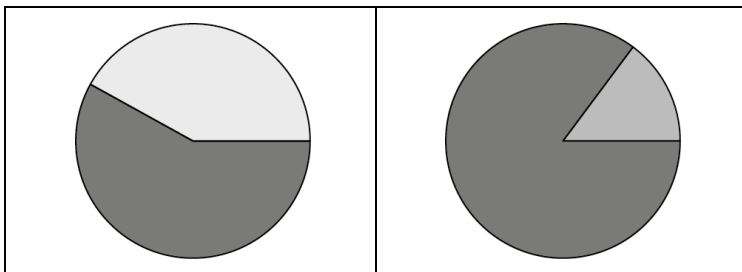
<b>Zadanie</b>		
Uzupełnij.		
<p>a)</p>  <p><math>r = 7 \text{ cm}</math></p> <p><math>P = \dots\dots\dots</math></p> <p><math>L = \dots\dots\dots</math></p>	<p>b)</p>  <p><math>r = \dots\dots\dots</math></p> <p><math>P = 36\pi \text{ cm}^2</math></p> <p><math>L = \dots\dots\dots</math></p>	<p>c)</p>  <p><math>r = \dots\dots\dots</math></p> <p><math>P = \dots\dots\dots</math></p> <p><math>L = 90\pi \text{ cm}</math></p>

Omówienie wyników i sprawdzenie poprawności wykonania zadania.

### Etap II

Każdy uczeń w przygotowanych kółkach (2 kółka w różnych kolorach z narysowanym promieniem) robi nacięcia wzdłuż promieni, następnie składa razem kółka, wsuwając je w nacięcia. Pokazujemy, jak zmienia się długość łuku i pole wycinka w zależności od wielkości kąta środkowego.

## Przykładowe położenia



Praca indywidualna uczniów — karta pracy 1.2.

Uczniowie indywidualnie wklejają koła i uzupełniają karty pracy według poleceń.

**KARTA PRACY 1.2**

<b>Zadanie</b>		
W pierwszej kolumnie wklej wskazane kółko i uzupełnij prawidłowo zapisy w pozostałych kolumnach.		
<i>Tu wklej kółko, na którym zaznaczyłeś połowę obwodu koła.</i>	Długość zaznaczonego łuku jest równa ..... obwodu koła.	$l = \cdot 2\pi \cdot r = \cdot 2\pi \cdot = \pi \text{ cm}$
<i>Tu wklej kółko, na którym zaznaczyłeś czwartą część obwodu koła.</i>	Długość zaznaczonego łuku jest równa ..... obwodu koła.	$l = \cdot 2\pi \cdot r = \cdot 2\pi \cdot = \pi \text{ cm}$

<p><i>Tu wklej kółko, na którym zaznaczyłeś ósmą część obwodu koła.</i></p>	<p>Długość zaznaczonego łuku jest równa ..... obwodu koła.</p>	$l = \cdot 2\pi \cdot r = \cdot 2\pi \cdot = \pi \text{ cm}$
<p><i>Tu wklej kółko, na którym zaznaczyłeś trzecią część obwodu koła.</i></p>	<p>Długość zaznaczonego łuku jest równa ..... obwodu koła.</p>	$l = \cdot 2\pi \cdot r = \cdot 2\pi \cdot = \pi \text{ cm}$
<p><i>Tu wklej kółko, na którym zaznaczyłeś szóstą część obwodu koła.</i></p>	<p>Długość zaznaczonego łuku jest równa ..... obwodu koła.</p>	$l = \cdot 2\pi \cdot r = \cdot 2\pi \cdot = \pi \text{ cm}$
<div data-bbox="132 1008 344 1214" data-label="Image"> </div> <p>Kąt środkowy <math>\alpha</math> oparty jest na łuku AB.</p>	<p>Długość łuku odpowiadającego danemu kątowi środkowemu <math>\alpha</math> jest równa <math>l = \text{---} \cdot \text{---}</math>.</p>	

Sprawdzenie poprawności wykonania zadania. Omówienie wyników.

Praca indywidualna uczniów — karta pracy 1.3.

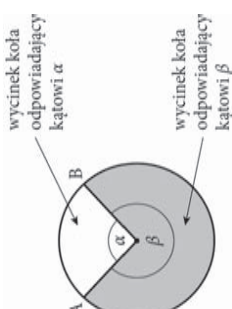
Uczniowie indywidualnie wklejają kółka i uzupełniają kartę pracy zgodnie z poleceniami.



**KARTA PRACY 1.3**

<b>Zadanie</b>		
W pierwszej kolumnie wklej wskazane kółko i uzupełnij prawidłowo zapisy w pozostałych kolumnach.		
<i>Tu wklej kółko, na którym zaznaczyłeś połowę pola koła.</i>	Pole wycinka jest równe ..... pola koła.	$P_{\text{wycinka}} = \text{---} \cdot \pi \cdot r^2 = \text{---} \cdot \pi \text{ cm}^2 = \text{---} \cdot \pi \text{ cm}^2$
<i>Tu wklej kółko, na którym zaznaczyłeś trzecią część pola koła.</i>	Pole wycinka jest równe ..... pola koła.	$P_{\text{wycinka}} = \text{---} \cdot \pi \cdot r^2 = \text{---} \cdot \pi \text{ cm}^2 = \text{---} \cdot \pi \text{ cm}^2$

<p><i>Tu wklej kółko, na którym zaznaczyłeś czwartą część pola koła.</i></p>	<p>Pole wycinka jest równe ..... pola koła.</p>	$P_{\text{wycinka}} = \frac{\dots}{\dots} \cdot \pi \cdot r^2 = \dots \cdot \pi \text{ cm}^2 = \dots \cdot \pi \text{ cm}^2$
<p><i>Tu wklej kółko, na którym zaznaczyłeś szóstą część obwodu koła.</i></p>	<p>Pole wycinka jest równe ..... pola koła.</p>	$P_{\text{wycinka}} = \frac{\dots}{\dots} \cdot \pi \cdot r^2 = \dots \cdot \pi \text{ cm}^2 = \dots \cdot \pi \text{ cm}^2$

<p>Tu wklej kółko, na którym zaznaczyłeś ósmą część obwodu koła.</p>	<p>Pole wycinka jest równe ..... pola koła.</p>	$P_{\text{wycinka}} = \frac{\alpha}{360} \cdot \pi \cdot r^2 = \frac{\alpha}{360} \cdot \pi \text{ cm}^2$
	<p>Pole wycinka koła odpowiadającego danemu kątomu środkowemu <math>\alpha</math> to <math>P_{\text{wycinka}} = \frac{\alpha}{360} \cdot \pi r^2</math>.</p> <p>Pole wycinka koła odpowiadającego danemu kątomu środkowemu <math>\beta</math> to <math>P_{\text{wycinka}} = \frac{\beta}{360} \cdot \pi r^2</math>.</p>	

Sprawdzenie poprawności wykonania zadania. Omówienie wyników.

**Etap III**

Podział na czteroosobowe zespoły i wybór liderów.

Praca w grupach — karta pracy 1.4.

**KARTA PRACY 1.4**

<p><b>Zadanie 1.</b></p> <p>W kole o promieniu długości 6 cm wyznaczono łuk, na którym oparto kąt wpisany <math>\beta = 20^\circ</math>. Oblicz długość tego łuku.</p>	<p>Rozwiązanie:</p>
<p><b>Zadanie 2.</b></p> <p>Oblicz długość promienia koła, jeśli długość łuku, na którym oparty jest kąt środkowy o mierze <math>60^\circ</math>, jest równa <math>12\pi</math> cm.</p>	<p>Rozwiązanie:</p>
<p><b>Zadanie 3.</b></p> <p>Promień koła ma długość 30 cm. Oblicz pole wycinka tego koła odpowiadającego kątowi środkowemu <math>\alpha = 30^\circ</math>.</p>	<p>Rozwiązanie:</p>
<p><b>Zadanie 4.</b></p> <p>Oblicz długość promienia koła, jeśli pole wycinka tego koła wyznaczonego przez kąt środkowy o mierze <math>45^\circ</math> jest równe <math>8\pi</math> cm<sup>2</sup>.</p>	<p>Rozwiązanie:</p>

Sprawdzenie poprawności wykonania zadania i omówienie wyników.

**Etap IV**

Praca równym frontem: praca z podręcznikiem — s. 32, zad. 1. a – c; s. 32, zad. 5. a – c.

Zadanie domowe: np. zeszyt ćwiczeń 1. — s. 17, zad. 4. – 6.

## 2. Funkcje

### Temat: Własności funkcji

#### Cele lekcji — uczeń potrafi:

- odczytywać z wykresu argumenty, dla których funkcja przyjmuje daną wartość, i wartości funkcji dla danych argumentów;
- podawać argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie lub ujemne;
- odczytywać z wykresu argumenty, dla których funkcja przyjmuje największą lub najmniejszą wartość;
- przedstawić wykres funkcji spełniającej podane warunki;
- odczytywać z wykresu zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje określone wartości.

#### Metody i formy pracy:

- praca w parach i w grupach;
- praca indywidualna;
- dyskusja.

#### Pomoce dydaktyczne:

- podręcznik *Matematyka Europejczyka, klasa 2*;
- płyta CD *Matematyka Europejczyka, klasa 2*;
- karty pracy.

**Czas pracy:** 1 godzina lekcyjna.

#### Przebieg lekcji

Przedstawienie uczniom celu i przebiegu zajęć.

#### Etap I

Wprowadzenie

Płyta CD: wykład 2.2.

Praca w parach — karta pracy 2.1.

**KARTA PRACY 2.1**

Zadanie	
<p>Dla przedstawionej funkcji podaj:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>wartość funkcji dla argumentu <math>x = -3</math>;</li> <li>argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartość 4;</li> <li>argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartość 0;</li> <li>argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie;</li> <li>argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości ujemne.</li> </ol>	

Omówienie i sprawdzenie poprawności wykonania zadania.

**Etap II**

Podział na czteroosobowe zespoły i wybór liderów.

Praca w grupach — karta pracy 2.2.

**KARTA PRACY 2.2**

Zadanie	
<p>Narysuj wykres funkcji, która:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>dla argumentu <math>x = 0</math> przyjmuje wartość 0;</li> <li>przyjmuje wartość 4 dla argumentów <math>-3</math> i <math>6</math>;</li> <li><math>f(3) = -3</math>;</li> <li>przyjmuje wartości dodatnie dla argumentów większych od 5 oraz dla argumentów mniejszych od 0;</li> <li>przyjmuje wartości ujemne dla argumentów większych od 2 i mniejszych od 5.</li> </ol>	

Omówienie i pokaz otrzymanych wykresów.

**Etap III**

Praca indywidualna.

Zeszyt ćwiczeń 1. — s. 40, zad. 2.

Omówienie rozwiązań.

**Etap IV**

Praca w parach.

**KARTA PRACY 2.4****Zadanie**

Telewizor kosztował 4900 zł. Państwo Trójkątni kupili go na raty. Przy zakupie wpłacili 1000 zł. Miesięczna rata wynosi 300 zł.

- Na ile rat została rozłożona spłata?
- Jaka powinna być minimalna wysokość pierwszej wpłaty, aby państwo Trójkątni mogli spłacić całą kwotę w ciągu 12 miesięcy przy założeniu, że rata jest równa 150 zł?
- Napisz wzór funkcji, która określa zależność sumy wpłaconych pieniędzy ( $y$ ) od liczby wpłaconych rat ( $x$ ). Podaj dziedzinę tej funkcji.
- Sporządź wykres tej funkcji.

**Etap V**

Podsumowanie

Praca równym frontem.

Podręcznik — s. 73, zad. 1. a, d.

Omówienie rozwiązań.

Zbiór zadań: s.73, zad. 3. a, d.

Omówienie rozwiązań.

Podręcznik - s. 74, zad. 4. a, d.

Omówienie rozwiązań.

Zadanie domowe: zbiór zadań — s. 74, zad. 5.

### 3. Układy równań

#### Temat: Równanie z dwiema niewiadomymi

##### Cele lekcji — uczeń potrafi:

- wyznaczyć pary liczb spełniających równanie z dwiema niewiadomymi, o ile takie liczby istnieją;
- zbudować równanie z dwiema niewiadomymi, które spełnia wskazana para liczb.

##### Metody i formy pracy:

- miniwykład;
- praca w parach i w grupach;
- praca indywidualna.

##### Pomoce dydaktyczne:

- podręcznik *Matematyka Europejczyka, klasa 2*;
- płyta CD *Matematyka Europejczyka, klasa 2*;
- zbiór zadań *Matematyka Europejczyka, klasa 2*;
- zeszyt ćwiczeń 1. *Matematyka Europejczyka, klasa 2*;
- karty pracy.

**Czas pracy:** 1 godzina lekcyjna.

#### Przebieg lekcji

Przedstawienie uczniom celu i przebiegu zajęć.

##### Etap I

Wprowadzenie

Zapis na tablicy:

Podaj liczbę spełniającą równanie  $x + 2 = 16$ .

Dyskusja i wspólne rozwiązanie równania.

Praca w parach — karta pracy 3.1.

#### KARTA PRACY 3.1

**Zadanie 1.** Podaj jedną parę liczb spełniających równanie  $x + y = 16$ .

**Zadanie 2.** Podaj wszystkie pary liczb naturalnych spełniających równanie  $x + y = 16$ .



Omówienie rozwiązań.

Praca indywidualna — karta pracy 3.2.

### KARTA PRACY 3.2

<b>Zadanie.</b> Uzupełnij tabelkę, wpisując odpowiednie liczby.		
Równanie	$x$	$y$
$4x - y = 6$		
$x + y = 45$		
$-x - y = 17$		
$x + 6y = -30$		

Prezentacja wyników i omówienie rozwiązań.

Praca równym frontem.

Podręcznik — s. 88, zad. 1.

Omówienie rozwiązań.

Zeszyt ćwiczeń 1. — s. 47, zad. 2.

Omówienie rozwiązań.

### Etap II

Podział na czteroosobowe zespoły i wybór liderów.

Praca w grupach — karta pracy 3.3.

### KARTA PRACY 3.3

<b>Zadanie.</b> Uzupełnij tabelkę, wpisując odpowiednie równanie.		
Równanie	$x$	$y$
	4	6
	-11	2
	23	14
	-19	-28

Prezentacja wyników i omówienie rozwiązań.

Praca indywidualna.

Zeszyt ćwiczeń 1. — s. 48, zad. 6.

Prezentacja wyników i omówienie rozwiązań.

**Etap III**

Praca w parach — karty pracy 3.4 i 3.5.

**KARTA PRACY 3.4**

<b>Zadanie.</b> Uzupełnij tabelkę, wpisując odpowiednie liczby.		
Równanie	$x$	$y$
$3x - 2y = 5$	5	
$4\frac{1}{5}x + \frac{1}{4}y = 25$	5	
$4x^2 - y^2 = 36$	5	
$7(x - y) - x = 11 + y$	5	

Prezentacja wyników i omówienie rozwiązań.

**KARTA PRACY 3.5**

<b>Zadanie.</b> Uzupełnij tabelkę, wpisując odpowiednie liczby.		
Równanie	$x$	$y$
$3x - 2y = 5$		8
$4\frac{1}{5}x + \frac{1}{4}y = 25$		8
$4x^2 + y^2 = 164$		8
$7(x + y) - x = 11 + y^2$		8

Prezentacja wyników i omówienie rozwiązań.

**Etap IV**

Podsumowanie

Podręcznik — s. 89, zad. 2., 6.

Zadanie domowe: zeszyt ćwiczeń 1. — s. 48, zad. 3. – 5.

# PROGRAM PARTNERSKI

GRUPY WYDAWNICZEJ HELION



1. ZAREJESTRUJ SIĘ
2. PREZENTUJ KSIĄŻKI
3. ZBIERAJ PROWIZJĘ

Zmień swoją stronę WWW  
w działający bankomat!

**Dowiedz się więcej i dołącz już dzisiaj!**

<http://program-partnerski.helion.pl>

GRUPA WYDAWNICZA

 **Helion SA**

**Matematyka Europejczyka. Poradnik metodyczny dla nauczycieli matematyki w gimnazjum. Klasa 2** został stworzony, by służyć Państwu pomocą w codziennej pracy. Wskazówki zawarte w tym poradniku pomogą zaplanować proces dydaktyczny i ułatwią prowadzenie zajęć. Z tą książką uda się Państwu pobudzić kreatywność uczniów i utrzymać ich zainteresowanie przedmiotem.

Poradnik zawiera propozycję rozkładu materiału, plany wynikowe, gotowe scenariusze lekcji, a także inspiruje do wykorzystywania własnych pomysłów na zajęciach w pierwszej klasie gimnazjum. Znajdują się w nim również propozycje zadań klasowych.

### **Poradnik pozwoli Państwu:**

- w pełni zrealizować podstawę programową,
- bezbłędnie osiągać cele kształcenia i wychowania,
- wykorzystać scenariusze lekcji wraz z ciekawymi metodami aktywizującymi uczniów,
- prowadzić niebanalne projekty, by kształcić umiejętności przydatne młodzieży w późniejszym życiu,
- opracować miarodajne prace klasowe.

## **Matematyka Europejczyka — to się liczy!**

Seria podręczników, zbiorów zadań, zeszytów ćwiczeń i płyt CD *Matematyka Europejczyka* wydawnictwa Helion pozwala uczniom zdobywać wiedzę bez stresu, a nauczycielom ułatwia przekazywanie nowego materiału w interesujący i niebanalny sposób.

<http://edukacja.helion.pl>

Nr katalogowy: 5078

 **Księgarnia internetowa:**  
<http://helion.pl>

 **Zamówienia telefoniczne:**  
**0 801 339900**  
 **0 601 339900**



**Helion**

Sprawdź najnowsze promocje:  
• <http://helion.pl/promocje>  
Książki najchętniej czytane:  
• <http://helion.pl/BestSellers>  
Zamów informacje o nowościach:  
• <http://helion.pl/news>

Helion SA  
ul. Kościuszki 1c, 44-100 Gliwice  
tel.: 32 230 98 63  
e-mail: [helion@helion.pl](mailto:helion@helion.pl)  
<http://helion.pl>

**helion.pl**  
księgarnia  
internetowa

ISBN 978-83-246-2349-5



9 788324 623495

**Informatyka w najlepszym wydaniu**