

Maciej Gonet

WYDANIE II

EXCEL

w obliczeniach naukowych
i inżynierskich



SKORZYSTAJ
Z POMOCY,
JAKĄ OFERUJE CI
PROGRAM
EXCEL!

Helion



» Idź do

- Spis treści
- Przykładowy rozdział
- Skorowidz

» Katalog książek

- Katalog online
- Zamów drukowany katalog

» Twój koszyk

- Dodaj do koszyka

» Cennik i informacje

- Zamów informacje o nowościach
- Zamów cennik

» Czytelnia

- Fragmenty książek online

» Kontakt

Helion SA
ul. Kościuszki 1c
44-100 Gliwice
tel. 32 230 98 63
e-mail: helion@helion.pl
© Helion 1991–2011

Excel w obliczeniach naukowych i inżynierskich. Wydanie II

Autor: Maciej Gonet
ISBN: 978-83-246-3066-0
Format: 158×235, stron: 392



Sprawdź, jak Excel może pomóc Ci w skomplikowanych obliczeniach!

- Jak za pomocą arkusza rozwiązywać zaawansowane zadania matematyczne?
- Jak opisać równaniem wynik doświadczenia?
- Jak stworzyć prostą bazę danych w Excelu?
- Jak zaprojektować wykres animowany?
- Jak skorzystać z możliwości języka VBA?

Arkusze kalkulacyjne Excel to jedno z najbardziej cenionych narzędzi pakietu Microsoft Office. Liczba jego zastosowań jest wprost proporcjonalna do pomysłowości użytkowników. Jednak jego prawdziwą siłę można poznać wszędzie tam, gdzie konieczne jest zmuszenie przeliczenia wielu kolumn liczb lub wykonywanie skomplikowanych obliczeń matematycznych. Excel nigdy się nie nudzi, a do tego jest prawie nieomylny. Czas określić te ogromne możliwości!

Właśnie dzięki tej książce szybko zapoznasz się z możliwościami narzędzia Microsoft Excel w zakresie wykonywania obliczeń naukowych i technicznych. Sprawdzisz, jak wydajnie rozwiązywać problemy o dowolnym stopniu złożoności. Nauczysz się obliczać całki oznaczone, rozwiązywać równania nieliniowe i różniczkowe oraz układy równań. Brzmi groźnie? Ale nie w Excelu! Przejrzyste przykłady oraz opisy "krok po kroku" sprawiają, że rozwiązywanie tych i wielu innych problemów nie będzie dla Ciebie najmniejszym kłopotem. Książka ta świetnie sprawdzi się w rękach studentów, uczniów oraz pracowników naukowych.

- Podstawy pracy z arkuszem kalkulacyjnym Microsoft Excel
- Operowanie na tablicach
- Prezentacja danych w formie graficznej
- Różniczkowanie numeryczne
- Obliczanie całek oznaczonych
- Rozwiązywanie równań nieliniowych
- Rozwiązywanie układów równań
- Interpolacja danych
- Opis matematyczny danych pomiarowych
- Rozwiązywanie równań różniczkowych
- Działania na liczbach zespolonych
- Przygotowanie prostej bazy danych w arkuszu kalkulacyjnym
- Możliwości języka VBA

**Wykorzystaj możliwości arkusza Excel
w skomplikowanych działaniach matematycznych!**

Spis treści

Rozdział 1. Wstęp	7
Do kogo adresowana jest ta książka?	7
Co jest, a czego nie ma w tej książce?	9
Konwencje przyjęte w tekście	10
Rozwój arkusza kalkulacyjnego	11
Rozdział 2. Podstawowe operacje w arkuszu	13
Typy danych występujących w arkuszu i ich identyfikacja	13
Konstrukcja formuł (wyrażeń) w Excelu	16
Edycja, kopiowanie i przesuwanie zawartości komórek	26
Zasady interpretacji nazw i adresów w wyrażeniach w arkuszu i w formułach nazwanych	29
Funkcje ułatwiające odczytywanie i wyliczanie adresów	33
Rozdział 3. Operacje i funkcje tablicowe	37
Podstawowe pojęcia dotyczące tablic i macierzy	37
Operacje tablicowe zaimplementowane w Excelu	38
Wprowadzanie i edycja formuł tablicowych	41
Kopiowanie formuł tablicowych	43
Odwołania do elementów lub fragmentów tablic	44
Użycie funkcji INDEKS	44
Użycie funkcji PRZESUNIĘCIE	47
Bez użycia funkcji	48
Łączenie tablic i tworzenie tablic mieszanych	48
Dynamiczne generowanie tablic o zadanym rozmiarze	50
Używanie tablic generowanych dynamicznie	54
Zasady interpretacji nazw i adresów w wyrażeniach tablicowych w arkuszu i w formułach nazwanych	55
Odwołania strukturalne w tabelach	57
Reguły składni odwołań strukturalnych	58
Elementy składowe tabeli	58
Predefiniowane specyfikatory wierszy	59
Operatory odwołania	59
Odwołania strukturalne kwalifikowane i niekwalifikowane	59
Przykłady użycia odwołań strukturalnych	60
Praca z odwołaniami strukturalnymi	61
Rozdział 4. Tablicowanie funkcji jednej i dwu zmiennych	65
Funkcje jednej zmiennej	65
Funkcja jednej zmiennej określona w sposób niejawnny (uwikłany)	68
Funkcje dwu zmiennych	69

Rozdział 5. Graficzna prezentacja danych	75
Rodzaje wykresów dostępnych w Excelu	75
Przygotowanie danych do wykresu punktowego	76
Wykonanie wykresu punktowego	77
Dodawanie linii trendu (regresji) do wykresu	78
Wykresy radarowe	80
Wykresy powierzchniowe	83
Wykresy dynamiczne	85
Małe wykresy dostępne w Excelu 2010	86
Rozdział 6. Różniczkowanie numeryczne	89
Pojęcie pochodnej	89
Numeryczne obliczanie pochodnej funkcji danej wzorem	91
Numeryczne różniczkowanie danych pomiarowych	92
Bezpośrednie oszacowanie wartości pochodnych na podstawie danych pomiarowych	92
Obliczenie pochodnej za pośrednictwem funkcji aproksymującej	93
Rozdział 7. Obliczanie całek oznaczonych z wykorzystaniem ich interpretacji geometrycznej	97
Pojęcie całki oznaczonej	97
Sposoby obliczania całek metodą kwadratur	97
Obliczenia całek w Excelu	99
Wykorzystanie operacji tablicowych do skrócenia zapisu obliczeń	102
Wykorzystanie iteracji i odwołań cyklicznych do obliczania całek	108
Rozdział 8. Obliczanie całek niewłaściwych	111
Pojęcie całki niewłaściwej	111
Przykład obliczenia całki metodą ekstrapolacji	112
Rozdział 9. Obliczanie górnej granicy całkowania	115
Funkcja podcałkowa opisana wzorem	116
Funkcja podcałkowa w postaci zbioru punktów pomiarowych	117
Rozdział 10. Obliczanie całek oznaczonych z wykorzystaniem szeregów potęgowych	121
Podstawowe pojęcia dotyczące ciągów i szeregów	121
Obliczenia sum szeregów w Excelu	123
Rozdział 11. Układy równań liniowych	131
Zapis układu równań i jego rozwiązania w formie macierzowej	131
Przebieg rozwiązania w Excelu	132
Wykorzystanie Solvera do rozwiązywania układu równań liniowych	133
Rozdział 12. Rozwiązywanie równań nieliniowych	135
Równanie kwadratowe	135
Graficzne oszacowanie pierwiastków	139
Metoda iteracji prostej	140
Metoda siecznych („reguła fałsi”)	143
Przyspieszenie zbieżności metody siecznych	144
Metoda stycznych (Newtona)	145
Zmodyfikowana metoda stycznych	146
Inny wariant metody siecznych	147
Zamierzone użycie odwołań cyklicznych przy rozwiązywaniu równań	148
Wykorzystanie narzędzi Szukaj wyniku i Solver	149
Rozdział 13. Układy równań nieliniowych	153
Układy złożone z dwóch równań	153
Układy złożone z trzech i więcej równań	159

Rozdział 14. Wyszukiwanie danych w tablicach i interpolacja	163
Przeszukiwanie tablic funkcji jednej zmiennej	163
Interpolacja liniowa	166
Trend liniowy	169
Interpolacja kubiczna (wielomianem 3. stopnia)	170
Interpolacja liniowa w przypadku funkcji dwu zmiennych	171
Interpolacja kubiczna w przypadku funkcji dwu zmiennych	174
Rozdział 15. Regresja liniowa	177
Zakres zastosowania regresji liniowej	177
Ocena statystyczna jakości dopasowania równania regresji	179
Regresja liniowa w Excelu	181
Regresja liniowa w przypadku funkcji dwu zmiennych	188
Rozdział 16. Regresja nieliniowa	193
Zakres zastosowania regresji nieliniowej	193
Ocena statystyczna jakości dopasowania równania regresji	195
Regresja nieliniowa w Excelu z wykorzystaniem Solvera	196
Korelacja liniowa i nieliniowa w Excelu	200
Korelacja liniowa	201
Korelacja nieliniowa w Excelu z wykorzystaniem Solvera	203
Rozdział 17. Równania różniczkowe zwyczajne	207
Pojęcie równania różniczkowego	207
Rozwiązywanie zagadnienia początkowego metodą Eulera	208
Modyfikacje metody Eulera	213
Metoda Rungego-Kutty	217
Porównanie dokładności metod całkowania równań różniczkowych	219
Zagadnienie brzegowe równania różniczkowego zwyczajnego	220
Metoda strzałów	221
Metoda różnic skończonych	224
Rozdział 18. Równania różniczkowe cząstkowe	227
Przykłady równań różniczkowych cząstkowych	227
Równania eliptyczne	228
Równania paraboliczne	234
Rozdział 19. Konwersja liczb i jednostek	243
Konwersja liczb w różnych systemach pozycyjnych	243
Konwersja jednostek miar	245
Konwersja jednostek złożonych	247
Rozdział 20. Liczby i funkcje zespolone	249
Podstawowe wzory i definicje	250
Interpretacja geometryczna liczby zespolonej i jej postać trygonometryczna	251
Wzór Eulera i wykładnicza postać liczby zespolonej	252
Równość liczb zespolonych	252
Działania arytmetyczne na liczbach zespolonych	252
Potęgowanie i pierwiastkowanie	253
Funkcje elementarne z argumentem zespolonym	255
Format wyświetlania liczb zespolonych	256
Zastosowanie liczb zespolonych w elektrotechnice	257
Rozdział 21. Proste bazy danych	261
Sortowanie i filtrowanie	262
Zakres kryteriów	266
Użycie filtra zaawansowanego	269

Użycie funkcji do odzyskiwania danych z tabeli lub listy	270
Funkcje podsumowań	274
Użycie funkcji z grupy bazy danych	278
Rozdział 22. Elementy języka VBA (Visual Basic for Applications)	281
Podstawowe informacje o języku programowania VBA	281
Struktura podprogramów w VBA	284
Makropolecenie utworzone w wyniku rejestracji	284
Skoroszyt makr osobistych i folder AddIns	286
Uruchamianie makropoleceń	286
Wprowadzanie kodu VBA w edytorze	287
Prosta funkcja w VBA	288
Zmienne — typy i deklaracje	289
Wyrażenia	291
Obiekty, właściwości i metody	295
Wymiana informacji między arkuszem a kodem VBA	298
Użycie tablic w Visual Basicu	300
Więcej o funkcjach definiowanych przez użytkownika	302
Sterowanie wykonaniem kodu	305
Instrukcje warunkowe i instrukcja wyboru	305
Instrukcje pętli	308
Stosowanie komentarzy	310
Uruchamianie i testowanie makroinstrukcji i funkcji	310
Przykłady funkcji i makroinstrukcji w VBA	312
Obliczanie wartości wielomianu	312
Obliczanie pierwiastków równania kwadratowego	313
Wykorzystanie funkcji VBA w Excelu	314
Całkowanie numeryczne	316
Rozwiązywanie równań nieliniowych z wykorzystaniem metody GoalSeek	318
Przekształcenie tablicy dwuwymiarowej w jednowymiarową	320
Rozwiązanie równania różniczkowego metodą Rungego-Kutty	322
Funkcje użytkownika podobne do funkcji standardowych	323
Operacje na komórkach sformatowanych w określony sposób	326
Wyświetlanie tekstów formuł w arkuszu	327
Rozdział 23. Graficzne elementy sterujące (kontrolki ekranowe, formanty)	329
Rodzaje graficznych elementów sterujących i ich przeznaczenie	329
Dodawanie kontroltek (formantów) do arkusza	330
Formanty formularza	333
Formanty ActiveX	336
Nieudokumentowane formanty pola tekstowego	341
Makroinstrukcje przypisywane do formantów w arkuszu	343
Przykład wykorzystania formantów w arkuszu	344
Rozdział 24. Wybrane funkcje wbudowane w Excelu	347
Dodatek A Literatura cytowana i uzupełniająca	375
Skorowidz	377

Rozdział 6.

Różniczkowanie numeryczne

Pojęcie pochodnej

Pochodna jest miarą szybkości zmian wielkości funkcji w stosunku do zmian jej argumentu. Formalnie definiuje się ją jako granicę ilorazu różnicowego, gdy przyrost argumentu maleje do zera. Operację obliczania pochodnej nazywa się **różniczkowaniem**.

Jeżeli $y = f(x)$, to pochodna oznaczana symbolem $y' = f'(x)$ w punkcie $x = x_0$ jest równa (alternatywnym symbolem pochodnej jest stosunek dy/dx):

$$y' = \frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{y - y_0}{x - x_0}$$

W przypadku funkcji ciągłych nie ma znaczenia, czy $x > x_0$, czy odwrotnie, granica ma taką samą wartość. Gdy dysponujemy tylko wartościami funkcji w wybranych punktach, możemy wyznaczyć przybliżenie pochodnej, obliczając iloraz różnicowy, czyli stosunek zmiany wartości funkcji Δy do odpowiadającej jej zmiany wartości argumentu Δx . Im mniejsza wartość Δx , tym lepsze przybliżenie pochodnej można wyznaczyć (przy założeniu, że obliczenia odbywają się na podstawie dokładnych wzorów, a nie obarczonych błędami wyników pomiarów).

Jeśli funkcja jest opisana wzorem, to jej pochodną także można opisać pewnym wzorem. Czasem jednak wzór ten może być bardzo złożony i niedogodny do obliczeń. Wtedy wygodniej jest zastosować różniczkowanie numeryczne. Drugi przypadek, kiedy stosuje się różniczkowanie numeryczne, zachodzi wtedy, gdy funkcja dana jest jako zbiór punktów, na przykład wyników pomiarów.

Przy różniczkowaniu numerycznym będzie miało znaczenie, czy obliczając wartość pochodnej w punkcie $x = x_0$, korzystamy z punktów o wartości argumentu mniejszej, czy większej od x_0 . W związku z tym stosuje się trzy rodzaje ilorazów różnicowych: oparte

na różnicach **wstecznych**, **przednich** i **centralnych**. Jeśli zastosujemy indeksy -1 i 1 odpowiednio do punktu poprzedzającego x_0 i następującego po x_0 , otrzymamy aproksymacje pochodnej w punkcie x_0 wyrażone trzema sposobami:

$$\text{za pomocą różnic wstecznych } \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_0 - y_{-1}}{x_0 - x_{-1}}$$

$$\text{za pomocą różnic przednich } \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

$$\text{za pomocą różnic centralnych } \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_1 - y_{-1}}{x_1 - x_{-1}}$$

Teoretycznie w przypadku funkcji ciągłej, gdy $\Delta x \rightarrow 0$, te trzy oszacowania powinny dawać taki sam wynik. W rzeczywistości Δx ma zawsze wartość skończoną, więc wartości ilorazów różnicowych mogą się różnić. Które oszacowanie należy zatem wybrać? Jeśli dysponujemy punktami położonymi symetrycznie wokół x_0 , najdokładniejszym oszacowaniem pochodnej w punkcie x_0 jest zwykle to oparte na różnicach centralnych. Często jednak w trakcie obliczeń wartości x i $f(x)$ są wyliczane sukcesywnie i znane są tylko wartości wcześniejsze. Wtedy z konieczności stosujemy różnice wsteczne.

Analogicznie do pochodnych pierwszego rzędu można aproksymować pochodne drugiego i wyższych rzędów. Oszacowanie drugiej pochodnej angażuje współrzędne trzech punktów. Stosując oznaczenia takie jak poprzednio, można zapisać oszacowania drugiej pochodnej wzorami:

$$\text{za pomocą różnic wstecznych } \frac{\Delta^2 y}{\Delta x^2} = \frac{y_0 - 2y_{-1} + y_{-2}}{(x_0 - x_{-1})^2}$$

$$\text{za pomocą różnic przednich } \frac{\Delta^2 y}{\Delta x^2} = \frac{y_2 - 2y_1 + y_0}{(x_1 - x_0)^2}$$

$$\text{za pomocą różnic centralnych } \frac{\Delta^2 y}{\Delta x^2} = \frac{y_1 - 2y_0 + y_{-1}}{0,25 \cdot (x_1 - x_{-1})^2}$$

W powyższych wzorach założono, że punkty są równoodległe, tzn. $x_2 - x_1 = x_1 - x_0$ w przypadku różnic przednich, $x_{-1} - x_{-2} = x_0 - x_{-1}$ w przypadku różnic wstecznych oraz $x_1 - x_0 = x_0 - x_{-1}$ w przypadku różnic centralnych. Gdy ten warunek nie jest spełniony, wzory są bardziej rozbudowane. Przykładowo w przypadku różnic wstecznych należy użyć wzoru:

$$\frac{\Delta^2 y}{\Delta x^2} = \frac{2y_0}{(x_0 - x_{-1})(x_0 - x_{-2})} - \frac{2y_{-1}}{(x_0 - x_{-1})(x_{-1} - x_{-2})} + \frac{2y_{-2}}{(x_{-1} - x_{-2})(x_0 - x_{-2})}$$

Drugą pochodną możemy też traktować po prostu jak pochodną pochodnej i zastosować dwukrotnie wzory na pierwszą pochodną.

Z reguły obiektem największego zainteresowania są punkty, w których pochodne przyjmują wartość zero lub osiągają ekstremum. Są to tzw. **punkty krytyczne**. Przykładowo punkt, w którym druga pochodna osiąga wartość zero, nazywany jest **punktem przegięcia**.

Numeryczne obliczanie pochodnej funkcji danej wzorem

W przypadku funkcji danej wzorem bezpośrednie zastosowanie ilorazu różnicowego jako przybliżenia pochodnej nie stanowi problemu i może być efektywnie wykorzystane do obliczenia pochodnych w sytuacji, gdy trudno jest znaleźć odpowiednią formułę funkcji pochodnej. Jedynym problemem jest dobór optymalnej wartości Δx . Obliczenia wykonywane są w Excelu z dokładnością do około 15 cyfr znaczących, w związku z tym zastosowanie bardzo małej wartości Δx może prowadzić do niedokładności wywołanej ograniczoną dokładnością stosowanej arytmetyki. Z kolei duże wartości Δx powodują błąd związany z pominięciem w rozwinięciu funkcji w szereg Taylora wyrazów wyższych rzędów.

Rozwinięcie funkcji w szereg Taylora ma postać:

$$f(x + \Delta x) = f(x) + \frac{f'(x)}{1!} \Delta x + \frac{f''(x)}{2!} \Delta x^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x)}{n!} \Delta x^n + \dots$$

Jeżeli z tego rozwinięcia wyznaczymy I pochodną, otrzymamy:

$$f'(x) = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} - \frac{f''(x)}{2!} \Delta x - \dots - \frac{f^{(n)}(x)}{n!} \Delta x^{n-1} + \dots$$

Wynik ten pokazuje, że przybliżenie pochodnej ilorazem różnicowym, obliczanym z użyciem różnic przednich, generuje błąd proporcjonalny w przybliżeniu do Δx . Lepszym rozwiązaniem jest zastosowanie różnic centralnych. Mamy bowiem

$$f(x - \Delta x) = f(x) - \frac{f'(x)}{1!} \Delta x + \frac{f''(x)}{2!} \Delta x^2 + \dots + (-1)^n \frac{f^{(n)}(x)}{n!} \Delta x^n + \dots$$

skąd pierwsza pochodna wyraża się wzorem:

$$f'(x) = \frac{f(x + \Delta x) - f(x - \Delta x)}{2\Delta x} - \frac{f'''(x)}{3!} \Delta x^2 - \dots - \frac{f^{(n)}(x)}{n!} \Delta x^{n-1} + \dots$$

W tym wzorze występują tylko człony z nieparzystymi wartościami n . Widać, że błąd oszacowania pochodnej za pomocą różnic centralnych jest w przybliżeniu proporcjonalny do Δx^2 .

W praktyce trzeba poszukać kompromisu między tymi uwarunkowaniami. Przykładowe obliczenia przeprowadzono dla wielomianu 3. stopnia. Wyniki tych obliczeń widać na rysunku 6.1. W przypadku przybliżenia z różnicami przednimi najmniejszy błąd względny obliczeń uzyskano dla $\Delta x \approx 1 \cdot 10^{-8} |x|$, z tym że dla $|x| < 1$ należy przyjąć $\Delta x \approx 1 \cdot 10^{-8}$. W przypadku przybliżenia z różnicami centralnymi najmniejszy błąd względny obliczeń uzyskano dla $\Delta x \approx 1 \cdot 10^{-5} |x|$, z tym że dla $|x| < 0,1$ należy przyjąć $\Delta x \approx 1 \cdot 10^{-6}$.

Dokładność różniczkowania numerycznego													
$f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 3$													
$x = 1$							$x = 100$						
$f(x) = 1$							$f(x) = 980497$						
różnice przednie							różnice centralne						
Δx	$f(x+\Delta x) - f(x)$	$\Delta y / \Delta x$	błąd wzgl.	$f(x+\Delta x) - f(x) - \Delta y / (2 \cdot \Delta x)$	błąd wzgl.	Δx	$f(x+\Delta x) - f(x)$	$\Delta y / \Delta x$	błąd wzgl.	$f(x+\Delta x) - f(x) - \Delta y / (2 \cdot \Delta x)$	błąd wzgl.	Δx	$f(x+\Delta x) - f(x)$
0,001	0,004001	4,001001	2,50E-04	0,008000002	4,000001	2,50E-07	0,01	296,0798	29607,98	1,01E-04	592,100002	29605	3,38E-09
0,0001	0,0004	4,0001	2,50E-05	0,0008	4	2,50E-09	0,001	29,6053	29605,3	1,01E-05	59,21	29605	3,67E-11
0,00001	4E-05	4,00001	2,50E-06	8E-05	4	1,77E-11	0,0001	2,960503	29605,03	1,01E-06	5,921	29605	5,44E-11
0,000001	4E-06	4,000001	2,50E-07	8E-06	4	-8,23E-11	0,00001	0,29605	29605	1,01E-07	0,5921	29605	2,12E-10
1,00E-07	4E-07	4	2,50E-08	8E-07	4	-5,26E-10	1,00E-06	0,029605	29605	9,45E-09	0,05921	29605	-3,78E-10
1,00E-08	4E-08	4	-6,08E-09	8E-08	4	5,02E-09	1,00E-07	0,00296	29605	-1,41E-08	0,005921	29605	-1,41E-08
1,00E-09	4E-09	4	8,27E-08	8E-09	4	-2,83E-08	1,00E-08	0,000296	29604,98	-8,40E-07	0,0005921	29604,98	-8,40E-07
1,00E-10	4E-10	4	8,27E-08	8E-10	4	8,27E-08	1,00E-09	2,96E-05	29605,23	7,81E-06	5,921E-05	29605,23	7,81E-06
1,00E-11	4E-11	4	8,27E-08	8E-11	4	8,27E-08	1,00E-10	2,96E-06	29604,42	-1,97E-05	5,9209E-06	29604,42	-1,97E-05
1,00E-12	4E-12	4,000356	8,89E-05	7,99982E-12	3,999912	-2,21E-05	1,00E-11	2,96E-07	29616,06	3,74E-04	5,9232E-07	29616,06	3,74E-04
1,00E-13	3,997E-13	3,996803	-7,99E-04	7,99805E-13	3,999023	-2,44E-04	1,00E-12	2,95E-08	29453,08	-5,13E-03	5,8906E-08	29453,08	-5,13E-03

Rysunek 6.1. Ocena dokładności oszacowania pochodnej za pomocą ilorazu różnicowego

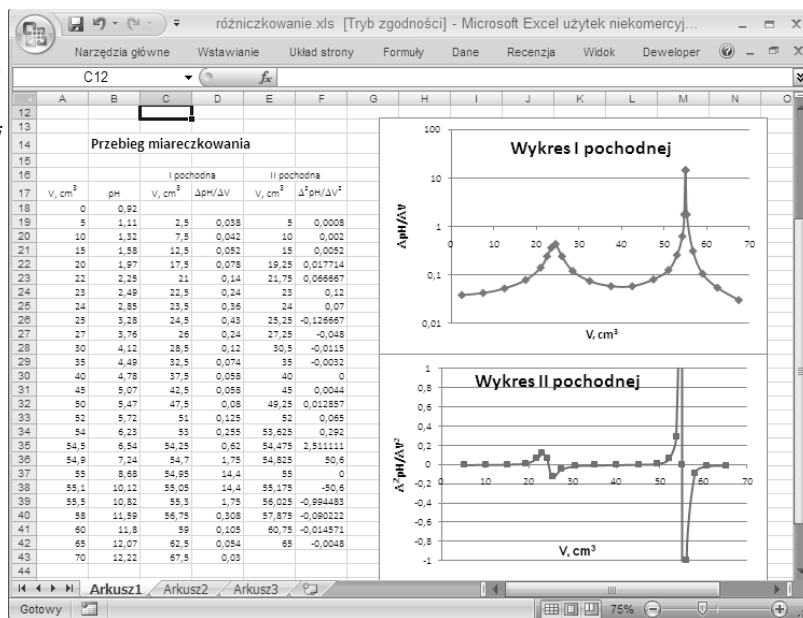
Numeryczne różniczkowanie danych pomiarowych

Jeżeli wartości funkcji pochodzą z pomiarów, to trzeba mieć świadomość, że błędy pomiarów w sposób bardzo istotny wpływają na oszacowanie pochodnej. Iloraz różnicowy jest stosunkiem różnic wartości funkcji i argumentu w pobliskich punktach, a więc jest to stosunek dwu małych, w porównaniu z wartością funkcji, liczb. Jeżeli błędy pomiarów mają przeciwne znaki, może nastąpić kumulacja błędów i w efekcie błąd oszacowania pochodnej będzie bardzo duży. Dlatego bezpieczniej jest przeprowadzić najpierw aproksymację badanej funkcji na przykład wielomianem i obliczyć pochodną wielomianu aproksymacyjnego zamiast bezpośredniego obliczania pochodnej z danych doświadczalnych.

Bezpośrednie oszacowanie wartości pochodnych na podstawie danych pomiarowych

Jako przykład bezpośredniego różniczkowania rozpatrzmy typową w chemii analitycznej krzywą miareczkowania kwasowo-zasadowego. Jest to zależność pH roztworu od ilości dodanego odczynnika miareczkującego. Charakterystyczne punkty tej zależności wykazują najszybszą (lokalnie) zmianę pH. Na krzywej pochodnej wystąpią w tych punktach maksima, a na wykresie drugiej pochodnej będą punkty zerowe. Dokładna lokalizacja tych punktów pozwoli określić zawartość składników w badanej próbce. Dane liczbowe przykładu zamieszczono na rysunku 6.2.

Rysunek 6.2.
Numeryczne obliczenia pierwszej i drugiej pochodnej na przykładzie krzywej miareczkowania



Przykład 6.1.

Tabela przedstawia krzywą miareczkowania próbki 20 cm^3 mieszaniny roztworów słabego i mocnego kwasu 0,1-molowym roztworem NaOH. Wykonano wykres zależności pH od objętości dodanego odczynnika miareczkującego oraz wykres ilorazu różnicowego $\Delta \text{pH}/\Delta V$ jako funkcji V , który jest przybliżeniem pochodnej. Wartość ilorazu różnicowego przypisano do środka przedziału V , dla którego została obliczona. Wykonano również wykres drugiej pochodnej. Z wykresów odczytano, przy jakich wartościach V pH zmienia się najszybciej. Na wykresie I pochodnej na osi rzędnych zastosowano skalę logarymiczną.

Na wykresach można zauważyć dwa punkty krytyczne, pierwszy skok pH występuje przy $V = 24,4 \text{ cm}^3$ i jest prawie niewidoczny przy zastosowaniu skali liniowej na wykresie pochodnej. Dopiero użycie skali logarymicznej ujawnia ten punkt krytyczny. Drugi skok pH jest bardzo wyraźny i występuje przy $V = 55,0 \text{ cm}^3$. Na wykresie II pochodnej skalę na osi rzędnych celowo ograniczono do ± 1 , aby można było zauważyć pierwszy mały skok pH.

Aproksymację pochodnej ilorazem różnicowym stosunkowo rzadko wykorzystuje się do obróbki danych doświadczalnych ze względu na ryzyko kumulacji błędów, natomiast dość często w przypadku funkcji określonych wzorem. Powrócimy do tego zagadnienia przy okazji metod numerycznych rozwiązywania równań algebraicznych i różniczkowych.

Obliczenie pochodnej za pośrednictwem funkcji aproksymującej

Gdy zachodzi potrzeba wyznaczenia pochodnej zależności określonej przez wyniki doświadczeń, rozwiązaniem lepszym od bezpośredniego różniczkowania jest aproksymacja badanej zależności odpowiednio dobraną funkcją, na przykład wielomianem, a następnie

zrózniczkowanie funkcji aproksymującej. (Kwestię aproksymacji zależności doświadczalnej omówiono dokładnie w rozdziale 15. „Regresja liniowa”). Potrzebne będą wartości liczbowe współczynników, musimy więc użyć funkcji REGLINP lub REGEXPP.

Jeżeli do aproksymacji wybierzemy wielomian n -tego stopnia

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n = \sum_{k=0}^n a_k x^k$$

to po wyznaczeniu współczynników a_i możemy łatwo obliczyć pochodne aż do n -tego rzędu. Najczęściej potrzebne są pierwsza i druga pochodna:

$$f'(x) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + \dots + na_nx^{n-1} = \sum_{k=1}^n ka_k x^{k-1}$$

$$f''(x) = 2a_2 + 2 \cdot 3a_3x + 3 \cdot 4a_4x^2 + \dots + (n-1)na_nx^{n-2} = \sum_{k=2}^n (k-1)ka_k x^{k-2}$$

W przypadku gdy do aproksymacji danych chcemy użyć wielomianu 3. stopnia, pierwszą pochodną możemy obliczyć w Excelu w następujący sposób (zapisy dotyczą wersji 2007 i wcześniejszych, w wersji 2010 ; w stałej tablicowej należy zamienić na \):

$$= \text{SUMA}(\text{REGLINP}(\text{znane_y}; \text{znane_x}\{1;2;3\}) * \text{x}\{2;1;0;0\} * \{3;2;1;0\})$$

a drugą pochodną:

$$= \text{SUMA}(\text{REGLINP}(\text{znane_y}; \text{znane_x}\{1;2;3\}) * \text{x}\{1;0;0;0\} * \{6;2;0;0\})$$

znane_y i znane_x reprezentują zbiory danych pomiarowych zmiennych y i x , każdy z tych zakresów musi stanowić kolumnę danych; x jest wartością argumentu, dla której obliczamy pochodną. Przy obliczeniach tego typu może wystąpić problem, gdy $x = 0$. Pojawia się tu bowiem symbol nieokreślony 0^0 i Excel sygnalizuje błąd. Aby go uniknąć, trzeba do zerowego argumentu dodać jakąś bardzo małą stałą, na przykład 10^{-8} (1E-08), która nie będzie miała wpływu na wyniki obliczeń.

Z koniecznością obliczenia pochodnej spotkać się możemy na przykład przy obliczeniach cząstkowych wielkości molowych w chemii fizycznej. Jako ilustrację rozpatrzmy procedurę wyznaczania cząstkowych objętości molowych etanolu i wody w mieszaninie tych składników. Dana jest zależność średniej objętości molowej mieszaniny V od ułamka molowego etanolu x_1 . Objętości molowe czystych składników V_1 (etanol) i V_2 (woda) są znane. Należy wyznaczyć cząstkowe objętości molowe składników w funkcji składu roztworu. Wielkości te wylicza się ze wzorów:

$$V_1 = V + (1 - x_1) \frac{dV}{dx_1}$$

$$V_2 = V - x_1 \frac{dV}{dx_1}$$

Większą dokładność można osiągnąć, jeżeli zamiast objętości molowej V jako zmienną roboczą weźmie się zmianę objętości mieszaniny na skutek zmieszania, czyli wielkość $\Delta V_{\text{mix}} = V - x_1 \underline{V}_1 - x_2 \underline{V}_2$. Uwzględniając, że $x_1 + x_2 = 1$, łatwo wykazać, że

$$\frac{d(\Delta V_{\text{mix}})}{dx_1} = \frac{dV}{dx_1} - \underline{V}_1 + \underline{V}_2$$

i dalej

$$V_1 = \underline{V}_1 + \Delta V_{\text{mix}} + (1 - x_1) \frac{d(\Delta V_{\text{mix}})}{dx_1}$$

$$V_2 = \underline{V}_2 + \Delta V_{\text{mix}} - x_1 \frac{d(\Delta V_{\text{mix}})}{dx_1}$$

$\Delta V_{\text{mix}} = 0$ na końcach przedziału zmienności dla $x_1 = 0$ i dla $x_2 = 0$. Zatem jeśli ΔV_{mix} przedstawimy w postaci wielomianu, to x_1 i x_2 są pierwiastkami tego wielomianu.

$$\Delta V_{\text{mix}} = x_1 x_2 y(x_1)$$

$y(x_1)$ jest pomocniczym wielomianem, którego pochodną będziemy chcieli wyznaczyć w następujący sposób:

$$\frac{d(\Delta V_{\text{mix}})}{dx_1} = \frac{d(x_1 x_2 y)}{dx_1} = x_2 y - x_1 y + x_1 x_2 \frac{dy}{dx_1}$$

a więc

$$V_1 = \underline{V}_1 + x_1 x_2 y + x_2^2 y - x_1 x_2 y + x_1 x_2^2 \frac{dy}{dx_1}$$

$$V_1 = \underline{V}_1 + x_2^2 \left(y + x_1 \frac{dy}{dx_1} \right)$$

Podobnie

$$V_2 = \underline{V}_2 + x_1 x_2 y - x_1 \left(x_2 y - x_1 y + x_1 x_2 \frac{dy}{dx_1} \right)$$

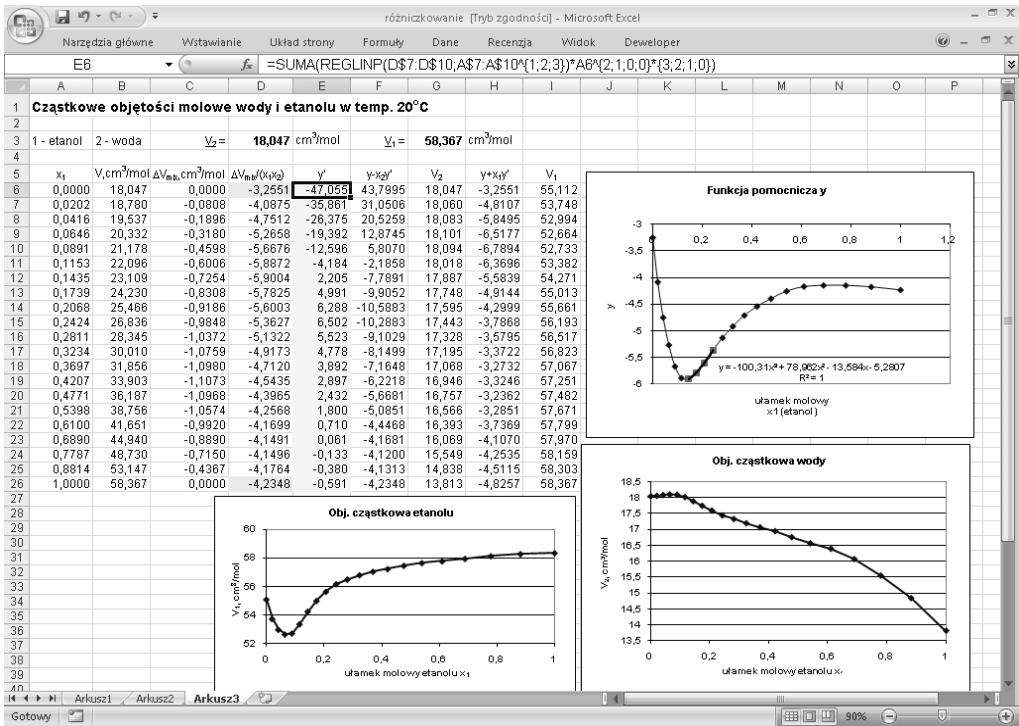
$$V_2 = \underline{V}_2 + x_1^2 \left(y - x_2 \frac{dy}{dx_1} \right)$$

Zadanie obliczenia cząstkowych objętości molowych sprowadza się do obliczenia pochodnej funkcji pomocniczej y względem x_1 .

Funkcję y aproksymowano odcinek po odcinku wielomianami 3. stopnia, biorąc pod uwagę za każdym razem cztery kolejne punkty. Wyznaczone współczynniki wielomianu uwzględniono przy obliczaniu pochodnej w dwóch punktach wewnętrznych przedziału, dla którego

zostały wyznaczone. Zatem poza skrajnymi dwoma pierwszymi i dwoma ostatnimi punktami, dla których jest dostępny tylko jeden zestaw współczynników, dla pozostałych punktów dostępne są po dwa zestawy współczynników, które uśredniono. Wyniki obliczeń pokazano na rysunku 6.3. Do obliczenia pochodnych zastosowano wzory podobne do proponowanych powyżej. Przykładowo (zapis dotyczy wersji 2007 i wcześniejszych, w wersji 2010 ; w stałej tablicowej należy zamienić na \):

$$= \text{SUMA}(\text{REGLINP}(\text{\$D\$7:\$D\$10; \$A\$7:\$A\$10}\wedge\{1;2;3\}) * \text{A8}\wedge\{2;1;0;0\} * \{3;2;1;0\})$$



Rysunek 6.3. Wyniki obliczenia pochodnej z wykorzystaniem współczynników wielomianu aproksymacyjnego

Wartości funkcji pomocniczej y na końcach przedziału, czyli dla $x_1 = 0$ i $x_1 = 1$, nie można obliczyć bezpośrednio (symbol nieoznaczony $0/0$). W tym przypadku oszacowano wartości funkcji na podstawie aproksymacji wielomianem 3. stopnia wartości funkcji w punktach sąsiednich, a następnie wzięto wartości tych wielomianów w punktach $x_1 = 0$ i $x_1 = 1$. W pierwszym przypadku jest to wyraz wolny wielomianu (zapisy dotyczą wersji 2007 i wcześniejszych, w wersji 2010 ; w stałej tablicowej należy zamienić na \):

$$= \text{INDEKS}(\text{REGLINP}(\text{\$D\$7:\$D\$10; A\$7:A\$10}\wedge\{1;2;3\}); 4)$$

a w drugim suma współczynników:

$$= \text{SUMA}(\text{REGLINP}(\text{\$D\$22:\$D\$25; A\$22:A\$25}\wedge\{1;2;3\}))$$

Dane do tego przykładu i koncepcję rozwiązania zaczerpnąłem z książki [10].

Skorowidz

####, 15
#ADR!, 29, 35
#ARG!, 24, 31, 138, 288, 313
#DZIEL/0!, 24
#LICZBA!, 24, 25
#N/D!, 49, 56, 165, 346
%, 23
[#Dane], 59
[#Nagłówki], 59
[#Sumy], 59
[#Ten wiersz], 59
[#Wszystko], 59

A

A1, 34, 296
Abs, 294
ABS, 350
Activate, 297
ActiveCell, 298
AddIns, 286
ADDRESS, 353
ADR.POŚR, 35, 51, 102, 118, 125, 186, 353
ADRES, 34, 353
adresy komórek, 17
 adresy absolutne, 28
 adresy bezwzględne, 28
 adresy mieszane, 28, 30, 56
 adresy względne, 28, 30
adsorpcja par na stałych adsorbentach, 204
AGGREGATE, 348
AGREGUJ, 276, 278, 348
aktywna komórka, 298
algorytm Rungego-Kutty, 322
Alignment, 337
Analiza symulacji, 150
Analysis Toolpak, 66
And, 293
AND, 353
Application, 295, 298

Application.Transpose, 302
Application.Version, 325
Application.Volatile, 315
ARG.LICZBY.ZESP, 251, 369
argumenty, 24, 284
argumenty operacji, 23
argumenty wyrażeń tablicowych, 55
arkusz kalkulacyjny, 7, 8
arkusze, 13
Array, 304, 313
As, 289, 290
Asc, 293, 294
ASCII, 24, 269
ASIN, 348
ASINH, 348
ATAN, 348
ATAN2, 348
ATANH, 348
Atn, 294
Autofiltr, 262, 265
Autokształty, 341
autouzupelnianie formuł, 25
AVEDEV, 358
AVERAGE, 365
AVERAGEA, 365
AVERAGEIF, 365
AVERAGEIFS, 365
awaryjne wyjście z pętli, 309

B

BackColor, 337
backslash, 38
baza danych, 261
 filtrowanie, 262
 formularze, 261
 funkcje, 278
 funkcje podsumowań, 274
 indeksy, 262
 operatory relacji, 266

baza danych
 pola, 261
 rekordy, 261
 sortowanie, 262
 zakres kryteriów, 266
 BD.ILE.REKORDÓW, 280, 368
 BD.ILE.REKORDÓW.A, 368
 BD.ILOCZYN, 369
 BD.MAX, 279, 369
 BD.MIN, 369
 BD.ODCH.STANDARD, 369
 BD.ODCH.STANDARD.POPUL, 369
 BD.POLE, 274, 279, 369
 BD.SUMA, 369
 BD.ŚREDNIA, 280, 369
 BD.WARIANCJA, 369
 BD.WARIANCJA.POPUL, 369
 BESSEL.I, 369
 BESSEL.J, 370
 BESSEL.K, 370
 BESSEL.Y, 370
 BESSELI, 369
 BESSELJ, 370
 BESSELK, 370
 BESSELY, 370
 BETA.DIST, 360
 BETA.INV, 360
 BETADIST, 360
 BETAINV, 360
 BIN2DEC, 370
 BIN2HEX, 370
 BIN2OCT, 370
 BINOM.DIST, 361
 BINOM.INV, 359, 361
 BINOMDIST, 361
 Boolean, 290
 BorderColor, 337
 BorderStyle, 337
 BoundColumn, 338
 BRAK, 354
 Breakpoints, 287
 Button, 331
 Byte, 290

C

Call, 305
 Call Stack, 311
 całki niewłaściwe, 111
 obliczanie metodą ekstrapolacji, 112
 całki oznaczone, 97
 obliczanie, 99
 obliczanie metodą 3/8, 99
 obliczanie metodą kwadratur, 97
 obliczanie metodą parabol, 98
 obliczanie metodą Simpsona, 98
 obliczanie metodą trapezów, 98

całkowanie numeryczne, 316
 Caption, 337, 338, 341
 Case Else, 308
 cecha, 14
 CELL, 355
 Cells, 298, 299
 Change, 345
 CHAR, 293, 368
 Chart, 295
 CheckBox, 331
 CHI.TEST, 365
 CHIDIST, 360
 CHIINV, 360
 CHISQ.DIST, 360
 CHISQ.DIST.RT, 360
 CHISQ.INV, 360
 CHISQ.TEST, 365
 CHITEST, 365
 CHOOSE, 354
 Chr, 293, 294
 ciąg funkcyjny, 122
 ciąg liczbowy, 121
 ciśnienie osmotyczne roztworu, 183
 Clear, 297
 CODE, 293, 367
 COLUMN, 353
 ColumnCount, 338
 ColumnHeads, 338
 COLUMNS, 353
 Columns.Count, 302
 ColumnWidths, 338
 COMBIN, 349
 ComboBox, 331
 CommandButton, 331
 COMPLEX, 137, 250, 251, 254, 371
 CONCATENATE, 368
 CONFIDENCE, 366
 CONFIDENCE.NORM, 366
 CONFIDENCE.T, 366
 CONVERT, 245, 247, 371
 jednostki, 246
 Copy, 321
 CORREL, 366
 Cos, 294
 COS, 348
 COS.LICZBY.ZESP, 256, 370
 COSH, 349
 COUNT, 356
 COUNTA, 356
 COUNTBLANK, 356
 COUNTIF, 356
 COUNTIFS, 357
 COVAR, 356
 COVARIANCE.P, 356
 COVARIANCE.S, 356
 CRITBINOM, 359
 Currency, 290
 CVErr, 305

CZ.CAŁK.DZIELENIA, 349
 CZ.RZECZ.LICZBY.ZESP, 250, 370
 CZ.UROJ.LICZBY.ZESP, 250, 370
 CZAS, 373
 CZAS.WARTOŚĆ, 373
 czcionki, 298
 CZĘSTOŚĆ, 356
 część rzeczywista, 250
 część urojona, 250
 CZY.ADR, 354
 CZY.BŁ, 354
 CZY.BŁĄD, 354
 CZY.BRAK, 355
 CZY.LICZBA, 355
 CZY.LOGICZNA, 355
 CZY.NIE.TEKST, 355
 CZY.NIEPARZYSTE, 355
 CZY.PARZYSTE, 355
 CZY.PUSTA, 355
 CZY.RÓWNE, 370
 CZY.TEKST, 355

D

dane, 13
 DATA, 373
 DATA.WARTOŚĆ, 373
 Date, 290
 DATE, 373
 DATEVALUE, 373
 DAVERAGE, 369
 DCOUNT, 368
 DCOUNTA, 368
 Debug, 311
 DEC2BIN, 243, 370
 DEC2HEX, 244, 371
 DEC2OCT, 370
 definiowanie
 funkcje, 302
 nazwy, 20
 tabele, 57
 Definiuj nazwę, 18, 20, 25, 118
 DEGREES, 351
 deklaracja
 tablice, 300
 zmienne, 289
 Delay, 339, 340
 DELTA, 370
 Design Mode, 311
 DEVSQ, 357
 DGET, 369
 Dim, 289, 290, 300
 DŁ, 367
 DMAX, 369
 DMIN, 369
 Do Until...Loop, 309
 Do While...Loop, 309
 Do...Loop, 309
 Do...Loop Until, 310

Do...Loop While, 310
 dodawanie kontrolek do arkusza, 330
 Double, 290
 DPRODUCT, 369
 DropButtonStyle, 340
 DSTDEV, 369
 DSTDEVP, 369
 DSUM, 369
 DVAR, 369
 DVARP, 369
 DWÓJK.NA.DZIES, 370
 DWÓJK.NA.ÓSM, 370
 DWÓJK.NA.SZESN, 370
 dyfuzyjny transport wody, 234
 dynamiczne generowanie tablic o zadanym
 rozmiarze, 50
 działania arytmetyczne na liczbach zespolonych, 252
 DZIES.NA.DWÓJK, 370
 DZIES.NA.ÓSM, 370
 DZIES.NA.SZESN, 244, 371
 DZIŚ, 373

E

E, 38
 edycja
 komórki, 26
 nazwy, 18
 Edytowanie nazwy, 20, 57
 ekstrapolacja rozwiązania równania Laplace'a, 232
 elektrolizer, 229
 elektrotechnika, 257
 elementy tablicy, 37
 Else, 306, 307
 ElseIf, 306, 307
 End Function, 288
 End If, 306, 307
 End Select, 307, 308
 End Sub, 284
 Eqv, 293
 ERF, 371
 ERF.PRECISE, 371
 ERFC, 371
 ERFC.PRECISE, 371
 ERROR.TYPE, 355
 Etykieta, 331, 333, 337
 Evaluate, 315, 317
 EXACT, 367
 Excel, 7, 11
 Exit Do, 310
 Exit For, 309
 Exit Function, 305
 Exit Sub, 305
 Exp, 294
 EXP, 25, 106, 122, 349
 EXP.LICZBY.ZESP, 255, 371
 EXPON.DIST, 361
 EXPONDIST, 361

F

- F.DIST, 361
- F.DIST.RT, 361
- F.INV, 362
- F.INV.RT, 361
- F.TEST, 365
- FACT, 350
- FACTDOUBLE, 350
- FAŁSZ, 14, 23
- FDIST, 361
- Filtr, 265
- Filtr zaawansowany, 262, 269
- filtrowanie, 262
- Find, 297
- FIND, 368
- FINV, 361
- FISHER, 362
- FISHERINV, 362
- FIXED, 368
- folder AddIns, 286
- Font, 298, 337
- For Each ... Next, 309, 313
- For...Next, 308
- FORECAST, 360
- ForeColor, 337
- formanty, 329, 344
 - dodawanie formantów do arkusza, 330
 - makroinstrukcje, 332, 343
 - nazwy, 332
 - właściwości, 332
 - zdarzenia, 330
- formanty ActiveX, 330, 331, 336
 - Etykieta, 337
 - Obraz, 340
 - Pasek przewijania, 339
 - Pole kombi, 340
 - Pole listy, 338
 - Pole tekstowe, 339
 - Pole wyboru, 337
 - Przycisk opcji, 338
 - Przycisk pokrętki, 339
 - Przycisk polecenia, 337
 - Przycisk przełącznika, 341
 - właściwości, 336
- formanty formularza, 330, 331, 333
 - Etykieta, 333
 - Pasek przewijania, 335
 - Pokrętło, 334
 - Pole grupy, 335
 - Pole kombi, 335
 - Pole listy, 334
 - Pole wyboru, 333
 - Przycisk, 333
 - Przycisk opcji, 334
- Format, 294
- format wyświetlania liczb zespolonych, 256
- Formatuj formant, 332
 - Formatuj jako tabelę, 57
 - Formuła, 296, 327
 - FormułaLocal, 296, 327
 - FormułaR1C1, 296
 - FormułaR1C1Local, 296
 - formularze, 261
 - formuły, 16
 - adresy komórek, 17
 - autouzupełnianie formuł, 25
 - funkcje, 24
 - nazwy, 21
 - obliczanie, 15
 - odwołania, 18
 - operatory, 21
 - pierwszeństwo działań, 22
 - tryb wyświetlania, 16
 - wprowadzanie adresu, 17
 - wynik obliczeń, 16
 - wyświetlanie tekstów formuł w arkuszu, 327
 - zmiana kolejności wykonywania operacji, 25
- formuły nazwane, 8, 29
 - argumenty wyrażeń tablicowych, 55
- formuły tablicowe, 16, 41
 - edycja, 42
 - kopiowanie, 43
 - nazwy, 43
 - poszerzanie obszaru, 42
 - tabele, 62
 - wprowadzanie, 42
- FRAGMENT.TEKSTU, 367
- FREQUENCY, 356
- FTEST, 365
- Function, 283, 284, 288
- funkcja autouzupełniania formuł, 61
- funkcja podcałkowa opisana wzorem, 116
- funkcja podcałkowa w postaci zbioru punktów pomiarowych, 117
- FUNKCJA.BŁ, 371
- FUNKCJA.BŁ.DOKŁ, 371
- funkcje, 17
 - argumenty, 24
 - Array, 313
 - funkcje agregujące, 274
 - funkcje bazodanowe, 278, 368
 - funkcje daty i czasu, 373
 - funkcje dwu zmiennych, 69
 - funkcje informacyjne, 354
 - funkcje inżynierskie, 369
 - funkcje jednej zmiennej, 65
 - funkcje jednej zmiennej określone w sposób niejawnny (uwikłany), 68
 - funkcje logiczne, 352
 - funkcje matematyczne, 348
 - funkcje odwołań, 354
 - funkcje operujące na liczbach zespolonych, 249
 - funkcje podsumowań, 274
 - funkcje statystyczne, 356, 358
 - funkcje tekstowe, 367

- funkcje wyszukiwania, 354
- konwencje zapisu, 25
- parametry, 284
- wywołanie, 24
- zagnieżdżanie funkcji, 24
- funkcje definiowane przez użytkownika, 302
- funkcje podobne do funkcji standardowych, 323
- parametry, 303
- sterowanie wykonaniem kodu, 305
- typ wyniku, 303
- zakończenie wykonywania, 305
- zmienna liczba argumentów, 303
- funkcje VBA, 283, 284, 288, 294
 - Array, 304
 - Asc, 293
 - Chr, 293
 - CVErr, 305
 - IsArray, 324
 - IsObject, 324
 - LBound, 301
 - Log, 293
 - metody, 295
 - nazwy, 287
 - Sqr, 288, 293
 - stosowanie w Excelu, 314
 - Ubound, 301
 - Val, 314
 - właściwości, 295
 - wywołanie rekurencyjne, 284

G

- GAMMA.DIST, 362
- GAMMA.INV, 362
- GAMMADIST, 362
- GAMMAINV, 362
- GAMMALN, 362
- GAMMALN.PRECISE, 363
- GCD, 350
- generowanie planu eksperymentu czynnikowego
 - typu 2^k , 52
- GEOGIN, 365
- GESTEP, 372
- GoalSeek, 297, 318
- GODZINA, 373
- górną granicę całkowania, 115
- graficzna prezentacja danych, 75
- graficzne elementy sterujące, 329
- graficzne szacowanie pierwiastków równania, 139
- GroupBox, 331
- GroupName, 338
- GROWTH, 359

H

- HARMEAN, 365
- Height, 337, 344
- HEX2BIN, 373

- HEX2DEC, 373
- HEX2OCT, 373
- HLOOKUP, 354
- HOUR, 373
- HYPGEOM.DIST, 362
- HYPGEOMDIST, 362

I

- If, 306, 307
- IF, 352
- IFERROR, 352
- ILE.LICZB, 117, 356
- ILE.NIEPUSTYCH, 356
- ILE.WIERSZY, 345, 353
- ILOCZYN, 349
- iloczyn macierzowy, 41
- ILOCZYN.LICZB.ZESP, 254
- ILORAZ.LICZB.ZESP, 371
- IMABS, 251, 372
- Image, 331
- IMAGINARY, 250, 370
- IMARGUMENT, 369
- IMCONJUGATE, 250, 372
- IMCOS, 256, 370
- IMDIV, 253, 371
- IMEXP, 371
- IMLN, 255, 371
- IMLOG10, 255, 371
- IMLOG2, 255, 372
- Immediate Window, 311
- Imp, 293
- IMPOWER, 254, 372
- IMPRODUCT, 253, 254, 371
- IMREAL, 250, 370
- IMSIN, 256, 372
- IMSQRT, 254, 372
- IMSUB, 253, 372
- IMSUM, 253, 373
- INDEKS, 32, 44, 50, 54, 62, 96, 103, 166, 271, 353
- indeksy, 262
- INDEX, 353
- INDIRECT, 353
- INFO, 355
- InputBox, 321
- Inspekcja formuł, 15
- instrukcja przypisania, 291
- instrukcja wyboru, 305
- instrukcje warunkowe, 305
- Int, 294
- INT, 352
- Integer, 290
- INTERCEPT, 358
- interpolacja, 163
- interpolacja kubiczna, 170
 - funkcje dwu zmiennych, 174
- interpolacja liniowa, 166
 - funkcje dwu zmiennych, 171

interpretacja adresów, 29
 interpretacja geometryczna, 97
 liczby zespolone, 251
 interpretacja nazw, 29
 Is, 292, 308
 IsArray, 294, 324
 IsDate, 294
 IsEmpty, 294
 ISEEMPTY, 355
 ISERR, 354
 IsError, 294
 ISERROR, 354
 ISEVEN, 355
 ISLOGICAL, 355
 IsMissing, 294
 ISNA, 355
 ISNONTEXT, 355
 IsNull, 294
 ISNUMBER, 355
 IsNumeric, 294
 IsObject, 294, 324
 ISODD, 355
 ISREF, 354
 ISTEXT, 355
 izoterma Langmuira, 185, 204

J

jednostka urojona, 250
 jednostki miar, 245
 JEŻELI, 52, 85, 136, 137, 352
 JEŻELI.BŁĄD, 352
 język VBA, 8, 281

K

KOD, 269, 367
 kod ASCII, 24, 269
 kod VBA, 287
 kolejność działań, 23
 kolumny, 13, 31
 KOMBINACJE, 349
 komentarze VBA, 310
 KOMÓRKA, 326, 355
 komórki, 13
 KOMP.FUNKCJA.BŁ, 371
 KOMP.FUNKCJA.BŁ.DOKŁ, 371
 komunikaty o błędzie, 24, 305
 kontrolki ekranowe, 329
 konwencja zapisu funkcji, 25
 konwersja jednostek miar, 245
 CONVERT, 246
 konwersja jednostek złożonych, 247
 KONWERTUJ, 246
 konwersja liczb, 243
 Analysis Toolpak, 243
 liczby szesnastkowe, 244
 konwersja tabeli na zakres, 63

konwersja tablicy dwuwymiarowej
 w jednowymiarową, 320
 konwersja zakresu na tabelę, 63
 KONWERTUJ, 245, 247, 371
 jednostki, 246
 Konwertuj na zakres, 63
 kopiowanie
 formuły tablicowe, 43
 komórki, 27
 odwołania strukturalne, 62
 zawartość komórek, 26
 Kopiuj, 27
 korelacja liniowa, 200, 201
 korelacja nieliniowa, 200
 Solver, 203
 KOWARIANCJA, 356
 KOWARIANCJA.POPUL, 356
 KOWARIANCJA.PRÓBK, 356
 kryterium statystyczne Fishera, 180
 kryterium statystyczne t Studenta, 180
 krzywa logistyczna, 194
 krzywa miareczkowania kwasowo-zasadowego, 92
 krzywe Lissajous, 85
 KURT, 356
 KURTOZA, 356
 kwadrat współczynnika korelacji R^2 , 79
 kwalifikowane odwołania do zakresu, 18
 KWARTYL, 356
 KWARTYL.PRZEDZ.OTW, 278, 356
 KWARTYL.PRZEDZ.ZAMK, 278, 356

L

L, 355
 Label, 331
 LARGE, 357
 LargeChange, 340
 LBound, 294, 301, 302
 LCM, 350
 Left, 337
 LEFT, 367
 LEN, 367
 LEWY, 34, 367
 LICZ.JEŻELI, 356
 LICZ.PUSTE, 356
 LICZ.WARUNKI, 357
 LICZBA, 314
 liczba sprzężona, 250
 liczba stopni swobody, 179
 LICZBA.CAŁK, 349
 LICZBA.KOLUMN, 353
 LICZBA.ZESP, 137, 250, 251, 254, 371
 liczby, 14
 formaty, 14
 Liczbowy, 14
 liczby bez znaku, 15
 liczby dziesiętne, 14
 liczby szesnastkowe, 244

Naukowy, 14
Procentowy, 14
Ułamkowy, 14
zapis naukowy, 14
liczby zespolone, 137, 249, 250
argument, 251
część rzeczywista, 250
część urojona, 250
działania arytmetyczne, 252
format wyświetlania, 256
funkcje elementarne z argumentem zespolonym, 255
funkcje operujące na liczbach zespolonych, 250
funkcje trygonometryczne, 255
interpretacja geometryczna, 251
jednostka urojona, 250
logarytm zespolony, 255
moduł, 251
pierwiastkowanie, 253
postać trygonometryczna, 251
postać wykładnicza, 252
potęgowanie, 253
równość liczb zespolonych, 252
stosowanie w elektrotechnice, 257
wartość główna logarytmu, 255
wzór Eulera, 252
Like, 292
LINEST, 360
linia trendu, 78
LinkedCell, 337, 338, 339, 341, 345
ListBox, 331
ListFillRange, 338
ListStyle, 338, 340
ListWidth, 340
listy, 261
literały tablicowe, 38
LN, 123, 349
LN.LICZBY.ZESP, 255, 371
Locals, 311
Locals Window, 311
Log, 293, 294
LOG, 349
LOG10, 349
LOG10.LICZBY.ZESP, 255, 371
LOG2.LICZBY.ZESP, 255, 372
logarytm zespolony, 255
LOGEST, 359
LOGINV, 363
LOGNORM.DIST, 363
LOGNORM.INV, 363
LOGNORMDIST, 363
Long, 290, 339
LOOKUP, 354
Loop, 310
LOS, 349
LOS.ZAKR, 349
Lotus 1-2-3, 36
LUB, 267, 269, 352

L

Łączy komórki, 334
łączenie tablic, 48

M

macierz jednostkowa, 38
generowanie, 52
macierz kwadratowa, 37
elementy diagonalne, 37
główna przekątna, 37
MACIERZ.ILOCZYN, 41, 132, 349
MACIERZ.ODW, 41, 132, 349
macierze, 37
elementy, 37
macierz diagonalna, 38
macierz odwrotna, 41, 132
macierz symetryczna, 38
mnożenie skalarne, 40
transpozycja, 41
układ równań liniowych, 131
wektor, 37
wyznacznik, 38, 41
makra, 282, 283
skoroszyt makr osobistych, 286
Makra, 286
makroinstrukcje, 282
makropolecenia, 282, 283
nazwy, 287
przypisanie do formantów, 343
rejestracja, 284
testowanie, 310
uruchamianie, 283, 286, 310
Maksymalna liczba iteracji, 86
Maksymalna zmiana, 86
mantysa, 14
MATCH, 353
MatchEntry, 340
MatchRequired, 340
Max, 339
MAX, 146, 357
MAX.A, 357
MAX.K, 278, 357
MAXA, 357
MaxChange, 319
MaxLength, 339, 340
MDTERM, 352
MEDIAN, 357
MEDIANA, 357
Menedżer nazw, 19, 20, 21, 30
methods, 295
metoda 3/8, 99
metoda ekstrapolacji, 112
metoda Eulera, 208
modyfikacje, 213
metoda GoalSeek, 318
metoda iteracji prostej, 140

metoda kwadratur, 98
 metoda nadrelaksacji, 230
 metoda Newtona, 115, 145
 metoda Newtona-Raphsona, 160
 metoda parabol, 98, 99
 metoda prostokątów, 98, 99
 metoda różnic skończonych, 224, 228
 metoda Rungego-Kutty, 217, 322
 metoda siatek, 228
 metoda siecznych, 143, 147
 przyspieszenie zbieżności, 144
 metoda Simpsona, 98, 101
 metoda strzałów, 221
 metoda stycznych, 145
 zmodyfikowana metoda stycznych, 146
 metoda trapezów, 98, 99
 metody, 295, 297
 metody analitycznego rozwiązywania równań różniczkowych, 207
 Microsoft Excel, 7
 Microsoft Office, 11
 MID, 367
 MIESIĄC, 374
 Min, 339
 MIN, 357
 MIN.A, 357
 MIN.K, 278, 357
 MINA, 357
 minimalna suma kwadratów, 177, 193
 minimum, 155
 MINUTA, 374
 MINUTE, 374
 MINVERSE, 349
 MMULT, 349
 mnożenie macierzy, 41
 MOD, 190, 349
 MODE, 367
 MODE.MULT, 367
 MODE.SNGL, 367
 moduł liczby zespolonej, 251
 MODUŁ.LICZBY, 23, 123, 124, 137, 138, 350
 MODUŁ.LICZBY.ZESP, 251, 372
 moduły, 285
 MONTH, 374
 MROUND, 352
 MultiLine, 339
 MULTINOMIAL, 352
 MultiSelect, 338, 340

N

N, 355
 NA, 354
 NACHYLENIE, 181, 202, 357
 nadawanie nazw, 19
 nadawanie wartości zmiennym, 291
 nadrelaksacja, 230

NAJMN.WSP.WIEL, 350
 najmniejsza suma kwadratów, 78
 NAJW.WSP.DZIEL, 350
 Name, 337
 Narzędzia tabel/Projektowanie, 57
 Naukowy, 14
 nawiasy klamrowe, 38, 42
 nawiasy okrągłe, 25
 nazwy, 18, 29, 43, 287
 definiowanie, 20
 nadawanie, 19
 nazwy kwalifikowane, 19
 stosowanie, 32
 nazwy formuł, 21
 nazwy tabel, 19
 nazwy tablic, 39
 Nazwy zdefiniowane, 21
 negacja, 23
 NEGBINOM.DIST, 361
 NEGBINOMDIST, 361
 Next, 308, 309
 NIE, 353
 nieudokumentowane formanty pola tekstowego, 341
 NORM.DIST, 363
 NORM.INV, 363
 NORM.S.DIST, 363
 NORM.S.INV, 363
 NORMALIZUJ, 357
 NORMDIST, 363
 NORMINV, 363
 NORMSDIST, 363
 NORMSINV, 363
 Not, 293
 NOT, 353
 NOW, 374
 Nowe makro, 284
 NR.BŁĘDU, 355
 NR.KOLUMNY, 33, 51, 353
 NumberFormat, 296
 numeryczne obliczanie pochodnej funkcji danej wzorem, 91
 numeryczne różniczkowanie danych pomiarowych, 92

O

obiekty, 295
 Application, 298
 Range, 295
 właściwości, 295
 Object, 290
 objects, 295
 OBLICZ, 109
 obliczanie całek niewłaściwych, 111
 metoda ekstrapolacji, 112
 obliczanie całek oznaczonych, 97, 99, 121
 iteracje, 108
 metoda kwadratur, 97
 metody, 97, 99

- odwołania cykliczne, 108
 - operacje tablicowe, 102
 - szereg potęgowy, 121
 - obliczanie górnej granicy całkowania, 115
 - funkcja podcałkowa opisana wzorem, 116
 - funkcja podcałkowa w postaci zbioru punktów pomiarowych, 117
 - metoda Newtona, 116
 - Solver, 116
 - obliczenia, 16
 - obliczanie pierwiastków równania kwadratowego, 313
 - obliczanie sum szeregów, 123
 - obliczanie wartości wielomianu, 312
 - obliczenia cząstkowe wielkości molowych, 94
 - obliczenia iteracyjne, 127
 - iteracje, 109
 - obracanie wykresu, 83
 - Obraz, 331, 340
 - Obrót 3-W, 83
 - obsługa zdarzeń, 345
 - obszary, 17, 37
 - obwody elektryczne prądu zmiennego, 257
 - OCT2BIN, 372
 - OCT2DEC, 243, 372
 - OCT2HEX, 372
 - ODCH.KWADRATOWE, 357
 - ODCH.STAND.POPUL, 357
 - ODCH.STANDARD.POPUL, 357
 - ODCH.STANDARD.PRÓBK, 358
 - ODCH.STANDARDOWE, 358
 - ODCH.STANDARDOWE.A, 358
 - ODCH.ŚREDNIE, 358
 - ODCIĘTA, 181, 358
 - odczytywanie adresów, 33
 - odwołania, 18, 29, 34
 - odwołania do elementów tablic, 44
 - odwołania do fragmentów tablic, 44
 - odwołania cykliczne, 8, 109, 230
 - obliczanie całek oznaczonych, 108
 - rozwiązywanie równań nieliniowych, 148
 - odwołania strukturalne, 57, 58
 - czytelność, 62
 - funkcja autouzupelniania formuł, 61
 - kopiowanie, 62
 - odwołania do wybranych elementów, 62
 - odwołania strukturalne kwalifikowane, 59
 - odwołania strukturalne niekwalifikowane, 59
 - przenoszenie, 62
 - składnia, 58
 - stosowanie, 60
 - wypełnianie, 62
 - zewnętrzne odwołania strukturalne, 61
 - odzyskiwanie danych z tabeli lub listy, 270
 - Offset, 299, 316
 - OFFSET, 353
 - ogólne rozwiązania równania różniczkowego, 207
 - Ogólny, 14, 15
 - okno obliczeń bezpośrednich, 311
 - okno podglądu zmiennych, 311
 - okno zmiennych lokalnych, 311
 - Opcje obliczania, 85
 - operacje na komórkach sformatowanych w określony sposób, 326
 - operacje tablicowe, 38, 102
 - operatory, 21
 - %, 23
 - operatory arytmetyczne, 23
 - operatory odwołania, 59
 - operatory relacji, 23
 - pierwszeństwo działań, 22
 - VBA, 292
 - Option Base, 300, 303
 - Option Explicit, 291
 - Optional, 303
 - OptionButton, 331
 - Or, 293
 - OR, 352
 - ORAZ, 267, 353
 - Orientation, 339
 - osadzanie w arkuszu plików graficznych, 340
 - OSADŹ, 342
- ## Ó
- ÓSM.NA.DWÓJK, 372
 - ÓSM.NA.DZIES, 372
 - ÓSM.NA.SZESN, 372
- ## P
- ParamArray, 303
 - parametry, 284, 303
 - parametry opcjonalne, 303
 - pasek narzędzi Debug, 311
 - Pasek przewijania, 331, 335, 339
 - PasswordChar, 339
 - PEARSON, 358
 - PERCENTILE, 358
 - PERCENTILE.EXC, 358
 - PERCENTILE.INC, 358
 - PERCENTRANK, 359
 - PERCENTRANK.EXC, 359
 - PERCENTRANK.INC, 359
 - PERCENTYL, 358
 - PERCENTYL.PRZEDZ.OTW, 278, 358
 - PERCENTYL.PRZEDZ.ZAMK, 278, 358
 - PERMUT, 358
 - PERMUTACJE, 358
 - Personal.xls, 286
 - pętle, 308
 - Do...Loop, 309
 - For Each ... Next, 309
 - For...Next, 308
 - wyjście awaryjne z pętli, 309

PI, 24, 350
 Picture, 337, 338, 340, 341
 PictureAlignment, 340
 PicturePosition, 337, 338, 341
 PictureSizeMode, 340
 PictureTiling, 341
 PIERW.PI, 324, 350
 PIERWIASTEK, 82, 137, 157, 293, 350
 PIERWIASTEK.LICZBY.ZESP, 254, 372
 pierwiastki równania kwadratowego, 313
 pierwszeństwo działań, 22
 plan całkowitego eksperymentu czynnikowego, 53
 pochodna, 89
 PODAJ.POZYCJE, 126, 165, 167, 168, 271, 272, 353
 podprogramy, 282, 283, 284
 PODSTAW, 34, 109, 367
 POISSON, 364
 POISSON.DIST, 364
 Pokaż formuły, 15
 Pokrętko, 331, 334
 pola, 261
 Pole grupy, 331, 335
 Pole kombi, 331, 335, 340
 Pole listy, 331, 334, 338
 Pole nazwy, 19
 pole skalarne, 228
 Pole tekstowe, 331, 339
 pole trójkąta, 288
 Pole wyboru, 331, 333, 337
 PORÓWNAJ, 269, 367
 porównywanie
 teksty, 24
 wartości logiczne, 24
 postać trygonometryczna liczby zespolonej, 251
 poszukiwanie minimum, 155
 POTĘGA, 350
 POTĘGA.LICZBY.ZESP, 254, 372
 POWER, 350
 POWT, 367
 POZYCJA, 358
 POZYCJA.NAJW, 358
 POZYCJA.ŚR, 359
 PRAWDA, 14, 23
 PRAWDPD, 359
 prawo Ficka, 234
 prawo rozcieńczeń Ostwalda, 199
 PRAWY, 367
 predefiniowane specyfikatory wierszy, 59
 Preserve, 301
 PROB, 359
 PROC.POZ.PRZEDZ.OTW, 359
 PROC.POZ.PRZEDZ.ZAMK, 359
 procedura obsługi zdarzenia, 345
 PROCENT.POZYCJA, 359
 Procentowy, 14
 procesy transportu masy lub ciepła, 234
 PRODUCT, 349
 properties, 295

Properties, 336
 ProportionalThumb, 340
 PROG.ROZKŁAD.DWUM, 359
 przechowywanie makropoleceń, 286
 przeciągnij i upuść, 27
 Przeglądarka Projektów, 285
 przenoszenie
 formuły, 29
 komórki, 28
 odwołania strukturalne, 62
 PRZESUNIĘCIE, 47, 62, 118, 168, 345, 353
 przesuwanie zawartości komórek, 26
 przeszukiwanie tablic, 163
 przewodnictwo molowe, 184
 Przybornik formantów, 331
 Przycisk, 331, 333
 Przycisk opcji, 331, 334, 338
 Przycisk pokrętki, 331, 339
 Przycisk polecenia, 283, 331, 337
 Przycisk przełącznika, 331, 341
 Przypisz makro, 343
 pułapki programowe, 287, 311
 punkt przegięcia, 90

Q

QUARTILE, 356
 QUARTILE.EXC, 356
 QUARTILE.INC, 356
 Quick Watch, 311
 QUOTIENT, 349

R

R.KWADRAT, 181, 359
 RIC1, 17
 RADIANS, 350
 RADIANY, 350
 RAND, 349
 RANDBETWEEN, 349
 Range, 295, 296, 297, 301, 303
 Count, 296
 Formula, 296
 NumberFormat, 296
 Select, 298
 Value, 296
 RANK, 358
 RANK.AVG, 359
 RANK.EQ, 358
 ReDim, 301
 REGBLSTD, 359
 REGEXPP, 94, 359
 REGEXPW, 359
 REGLINP, 94, 96, 170, 175, 176, 181, 182, 183,
 202, 360
 REGLINW, 169, 170, 173, 176, 188, 191, 360
 REGLINX, 167, 169, 188, 360

- regresja, 78
 - regresja quasi-liniowa, 193
 - regresja wielokrotna, 187
- regresja liniowa, 177, 181
 - funkcja liniowa jednej zmiennej, 181
 - funkcje dwu zmiennych, 188
 - NACHYLENIE, 181
 - ocena statystyczna jakości dopasowania równania regresji, 179
 - ODCIĘTA, 181
 - R.KWADRAT, 181
 - zastosowanie, 177
- regresja nieliniowa, 193
 - ocena statystyczna jakości dopasowania równania regresji, 195
 - Solver, 194, 196
 - zasada minimalnej sumy kwadratów, 193
 - zastosowanie, 193
- regula falsi, 143, 147
- Rejestrator Makropoleceń, 284
- rejestrwanie makropoleceń, 284
- rekordy, 261
- relacje, 23
- REPLACE, 368
- REPT, 367
- RIGHT, 367
- Rnd, 294
- ROK, 374
- ROUND, 352
- ROUNDSDOWN, 352
- ROUNDUP, 352
- ROW, 354
- ROWS, 353
- Rows.Count, 302
- ROZKŁ.BETA, 360
- ROZKŁ.BETA.ODWR, 360
- ROZKŁ.CHI, 360
- ROZKŁ.CHI.ODWR, 360
- ROZKŁ.CHI.PS, 360
- ROZKŁ.DWUM, 361
- ROZKŁ.DWUM.ODWR, 359, 361
- ROZKŁ.DWUM.PRZEC, 361
- ROZKŁ.EXP, 361
- ROZKŁ.F, 361
- ROZKŁ.F.ODWR, 362
- ROZKŁ.F.ODWR.PS, 361
- ROZKŁ.F.PS, 361
- ROZKŁ.GAMMA, 362
- ROZKŁ.GAMMA.ODWR, 362
- ROZKŁ.HIPERGEOM, 362
- ROZKŁ.LOG, 363
- ROZKŁ.LOG.ODWR, 363
- ROZKŁ.NORMALNY, 363
- ROZKŁ.NORMALNY.ODWR, 363
- ROZKŁ.NORMALNY.S, 363
- ROZKŁ.NORMALNY.S.ODWR, 363
- ROZKŁ.POISSON, 364
- ROZKŁ.T, 364
- ROZKŁ.T.DS, 364
- ROZKŁ.T.ODWR, 364
- ROZKŁ.T.ODWR.DS, 364
- ROZKŁ.T.PS, 364
- ROZKŁ.WEIBULL, 364
- ROZKŁAD.BETA, 360
- ROZKŁAD.BETA.ODW, 360
- ROZKŁAD.CHI, 360
- ROZKŁAD.CHI.ODW, 360
- ROZKŁAD.DWUM, 361
- ROZKŁAD.DWUM.PRZEC, 361
- ROZKŁAD.EXP, 361
- ROZKŁAD.F, 361
- ROZKŁAD.F.ODW, 361
- ROZKŁAD.FISHER, 362
- ROZKŁAD.FISHER.ODW, 362
- ROZKŁAD.GAMMA, 362
- ROZKŁAD.GAMMA.ODW, 362
- ROZKŁAD.HIPERGEOM, 362
- ROZKŁAD.LIN.GAMMA, 113, 362
- ROZKŁAD.LIN.GAMMA.DOKŁ, 363
- ROZKŁAD.LOG, 363
- ROZKŁAD.LOG.ODW, 363
- ROZKŁAD.NORMALNY, 363
- ROZKŁAD.NORMALNY.ODW, 363
- ROZKŁAD.NORMALNY.S, 363
- ROZKŁAD.NORMALNY.S.ODW, 363
- ROZKŁAD.POISSON, 364
- ROZKŁAD.T, 364
- ROZKŁAD.T.ODW, 364
- ROZKŁAD.WEIBULL, 364
- rozmiar tablicy, 302
- rozwiązywanie równań nieliniowych, 135
 - graficzne szacowanie pierwiastków, 139
 - metoda GoalSeek, 318
 - metoda iteracji prostej, 140
 - metoda Newtona, 145
 - metoda siecznych, 143, 147
 - metoda stycznych, 145
 - odwołania cykliczne, 148
 - przyspieszenie zbieżności metody siecznych, 144
 - regula falsi, 143
 - Solver, 149, 151
 - Szukaj wyniku, 149
 - wyróżnik, 135
 - zmodyfikowana metoda stycznych, 146
- rozwiązywanie równań różniczkowych
 - cząstkowych, 228
- rozwiązywanie równań różniczkowych metodą Rungego-Kutty, 217, 322
- rozwiązywanie układu równań liniowych, 41, 132
 - Solver, 133
- rozwiązywanie układu równań nieliniowych, 156
 - metoda minimalizacji sumy kwadratów, 154
 - metoda Newtona-Raphsona, 160
 - zmienna pomocnicza, 157
- rozwiązywanie zagadnienia początkowego
 - metodą Eulera, 208

- równania kwadratowe, 135
 pierwiastki, 313
 równania nieliniowe, 135
 równania różniczkowe, 207
 dokładność rozwiązania, 217
 metoda Rungego-Kutty, 322
 metody analitycznego rozwiązywania
 równań różniczkowych, 207
 rząd równania, 207
 warunki brzegowe, 207
 warunki początkowe, 207
 zagadnienie początkowe, 208
 równania różniczkowe cząstkowe, 227
 metoda nadrelaksacji, 230
 metoda różnic skończonych, 228
 metoda siatek, 228
 metody numeryczne oparte na schematach
 różnicowych, 236
 równania eliptyczne, 228
 równania hiperboliczne, 228
 równania mieszane, 227
 równania paraboliczne, 228, 234
 schemat jawny, 236
 schemat niejawny Cranka-Nicolsona, 237
 równania różniczkowe zwyczajne, 207
 dokładność metod całkowania równań
 różniczkowych, 219
 dopasowanie warunku brzegowego, 221
 metoda różnic skończonych, 224
 metoda Rungego-Kutty, 217
 metoda strzałów, 221
 modyfikacje metody Eulera, 213
 rozwiązywanie zagadnienia początkowego
 metodą Eulera, 208
 zagadnienie brzegowe, 220
 równanie izotermi Langmuira, 185, 204
 równanie kinetyki chemicznej, 208
 równanie Laplace'a, 228
 równanie van der Waalsa, 84
 równość liczb zespolonych, 252
 RÓŻN.LICZB.ZESP, 372
 różniczkowanie numeryczne, 89
 aproksymacje, 90, 93
 bezpośrednie oszacowanie wartości pochodnych
 na podstawie danych pomiarowych, 92
 dane pomiarowe, 92
 funkcje aproksymujące, 93
 obliczanie pochodnej funkcji danej wzorem, 91
 pochodna, 89
 pochodne drugiego i wyższych rzędów, 90
 punkt przegięcia, 90
 punkty krytyczne, 90
 różnice centralne, 90
 różnice przednie, 90
 różnice wsteczne, 90
 szereg Taylora, 91
 RSQ, 359
 rząd równania różniczkowego, 207
- S**
- schemat Hornera, 312
 schemat jawny, 236
 schemat niejawny Cranka-Nicolsona, 237
 ScrollBar, 331
 ScrollBars, 339, 340
 SEARCH, 367
 SECOND, 374
 SEKUNDA, 374
 Select, 297, 298
 Select Case, 307
 Selection, 298, 321
 SERIESSUM, 126, 351
 Set, 300
 ShowDropButtonWhen, 340
 SIGN, 352
 SILNIA, 25, 112, 124, 350
 SILNIA.DWUKR, 350
 Sin, 294
 SIN, 350
 SIN.LICZBY.ZESP, 256, 372
 Single, 290
 SINH, 350
 skalarne mnożenie macierzy, 40
 SKEW, 365
 składnia odwołań strukturalnych, 58
 składniki szeregu, 121
 skoroszyt, 13
 arkusze, 13
 skoroszyt makr osobistych, 286
 SKOŚNOŚĆ, 365
 SLOPE, 357
 SMALL, 357
 SmallChange, 339
 Solver, 115, 150, 158
 korelacja nieliniowa, 203
 regresja nieliniowa, 196
 rozwiązywanie równań nieliniowych, 149, 151, 159
 rozwiązywanie układu równań liniowych, 133
 sortowanie, 262
 SpinButton, 331
 Spinner, 331
 sposób wyświetlania danych, 15
 SPRAWDŹ.PRÓG, 372
 SPRZEŻ.LICZBY.ZESP, 250, 372
 Sqr, 288, 294
 SQRT, 293, 350
 SQRTPI, 324, 350
 stała dysocjacji K_a kwasu azotowego w metanolu, 199
 stałe liczbowe, 14, 16
 stałe logiczne, 14, 16
 stałe tablicowe, 17, 30, 38
 stałe tekstowe, 17
 STANDARDIZE, 357
 STDEV, 358
 STDEV.P, 357
 STDEV.S, 358

STDEVA, 358
 STDEVF, 357
 Step, 308
 Step Into, 311
 Step Out, 311
 Step Over, 311
 sterowanie wykonaniem kodu, 305
 STEYX, 359
 STOPNIE, 82, 351
 stos wywołań procedur, 311
 Str, 294
 String, 290
 struktura tabeli, 58
 styl A1, 34, 296
 styl adresowania komórek, 17
 styl R1C1, 17
 styl W1K1, 17, 34, 296
 Style, 340
 Sub, 283, 284
 SUBSTITUTE, 367
 SUBTOTAL, 351
 SUM, 351
 SUMA, 24, 43, 54, 138, 351
 suma regresyjna, 180, 182
 suma resztkowa, 179
 suma szeregów, 123
 SUMA.ILOCZYNÓW, 56, 172, 351
 SUMA.JEŻELI, 351
 SUMA.KWADRATÓW, 55, 133, 351
 SUMA.LICZB.ZESP, 373
 SUMA.SZER.POT, 351
 SUMA.WARUNKÓW, 351
 SUMA.X2.M.Y2, 351
 SUMA.X2.P.Y2, 351
 SUMA.XMY.2, 198, 351
 SUMA_KOLOR, 326
 SUMIF, 351
 SUMIFS, 351
 SUMPRODUCT, 351
 SUMSQ, 351
 SUMX2MY2, 351
 SUMX2PY2, 351
 SUMXMY2, 351
 SUMY.CZĘŚCIOWE, 274, 275, 351
 SUMY.POŚREDNIE, 274, 275, 351
 system dwójkowy, 243
 system liczbowy, 243
 system ósemkowy, 243
 system pozycyjny, 243
 system szesnastkowy, 243
 szczególne rozwiązania równania różniczkowego, 207
 szereg funkcyjny, 122
 szereg geometryczny, 121
 szereg liczbowy, 121
 szereg Maclaurina, 122
 szereg naprzemienny, 122
 szereg potęgowy, 121, 122, 126
 szereg Taylora, 91, 122

SZESN.NA.DWÓJK, 373
 SZESN.NA.DZIES, 244, 373
 SZESN.NA.ÓSM, 373
 Szukaj wyniku, 115, 116, 150, 158
 rozwiązywanie równań nieliniowych, 149
 SZUKAJ.TEKST, 367

Ś

średni błąd wartości, 179, 195
 ŚREDNIA, 29, 365
 ŚREDNIA.A, 365
 ŚREDNIA.GEOMETRYCZNA, 365
 ŚREDNIA.HARMONICZNA, 365
 ŚREDNIA.JEŻELI, 365
 ŚREDNIA.WARUNKÓW, 365
 ŚREDNIA.WEWN, 365
 średnik, 24, 38

T

T, 368
 T.DIST, 364
 T.DIST.2T, 364
 T.DIST.RT, 364
 T.INV, 364
 T.INV.2T, 364
 T.TEST, 365
 Tabela, 67
 Tabela danych, 67
 tabele, 19, 57, 215, 261
 definiowanie, 57
 dodawanie kolumn i wierszy, 61
 elementy składowe, 58
 formuły tablicowe, 62
 INDEKS, 62
 łączenie specyfikatorów kolumn, 59
 odwołania strukturalne, 57, 58
 operatory odwołania, 59
 predefiniowane specyfikatory wierszy, 59
 PRZESUNIĘCIE, 62
 ukrywanie nagłówków kolumn, 61
 usuwanie kolumn i wierszy, 61
 wstawianie, 57
 zmiana nazwy tabeli, 61
 tablice, 37, 300
 adresy skrajnych komórek, 38
 deklaracja, 300
 dynamiczne generowanie tablic o zadanym rozmiarze, 50
 elementy, 37
 indeks początkowy, 300
 konwersja tablicy dwuwymiarowej w jednowymiarową, 320
 łączenie tablic, 48
 nazwy, 38, 39
 odwołania do elementów, 44
 odwołania do początkowych elementów, 48

tablice

- operacje, 38, 39
- rozmiar tablicy, 301, 302
- separatory, 38
- tablice wielowymiarowe, 300
- transpozycja, 41
- wprowadzanie, 38
- zakres indeksów, 301

tablice dynamiczne, 52

- stosowanie, 54

tablice funkcji dwu zmiennych, 69

tablice funkcji jednej zmiennej, 65, 163

- przeszukiwanie, 163
- tablice funkcji jednej zmiennej określonej w sposób niejawnny (uwikłany), 68

tablice mieszane, 48

Tan, 294

TAN, 351

TANH, 351

TDIST, 364

tekst, 15

TEKST, 368

Tekstowy, 15

TERAZ, 374

TEST.CHI, 365

TEST.F, 365

TEST.T, 365

TEST.Z, 366

testowanie makropoleceń, 310

TEXT, 368

TextAlign, 337, 339, 341

TextBox, 331

Then, 306, 307

TIME, 373

TIMEVALUE, 373

TINV, 364

To, 308

TODAY, 373

Toggle Breakpoint, 311

ToggleButton, 331

Top, 337

TRANSPONUJ, 41, 52, 353

transport masy lub ciepła, 234

TRANSPOSE, 353

transpozycja macierzy, 41

TREND, 360

trend liniowy, 169

TRIMMEAN, 365

TripleState, 337, 341

TRUNC, 349

tryb projektowania, 311

tryb wyświetlania formuł, 16

TTEST, 365

tworzenie

- tablice funkcji dwu zmiennych, 69
- tablice funkcji jednej zmiennej, 65
- tablice funkcji jednej zmiennej określonej w sposób niejawnny (uwikłany), 68

tablice mieszane, 48

wykresy punktowe, 77

TYP, 355

TYPE, 355

typy danych, 13

- VBA, 290

U

UBound, 294, 301, 302

UFNOŚĆ, 366

UFNOŚĆ.NORM, 366

UFNOŚĆ.T, 366

układ równań liniowych, 41, 131

- macierze, 131
- rozwiązanie, 131, 132
- zapis układu równań, 131

układ równań nieliniowych, 131

- metoda minimalizacji sumy kwadratów, 154
- metoda Newtona-Raphsona, 160
- minimum, 155
- rozwiązanie, 156
- Solver, 159
- układ złożony z dwu równań, 153
- układ złożony z trzech i więcej równań, 159

ukośniki, 14

ukośniki wsteczne, 38

ukrywanie nagłówków kolumn, 61

ułamki algebraiczne, 26

Ułamkowy, 14

Union, 297

uruchamianie makropoleceń, 283, 286, 310

usuwanie nazwy, 18

Utwórz z zaznaczenia, 19, 20

V

Val, 314, 325

Value, 295, 339, 341

VALUE, 368

VAR, 366

VAR.P, 366

VAR.S, 366

VARA, 366

Variant, 290, 304, 324

VARP, 366

VARPA, 366

VBA, 8, 281

- And, 293
- argumenty, 284
- As, 289, 290
- Dim, 289, 290
- Do...Loop, 309
- Eqv, 293
- For Each ... Next, 309
- For...Next, 308
- Function, 283
- funkcje, 283, 284, 288, 294

funkcje definiowane przez użytkownika, 302
 If, 306
 Imp, 293
 instrukcja przypisania, 291
 instrukcje warunkowe, 305
 Is, 292, 308
 komentarze, 310
 komórka aktywna, 298
 komunikaty błędów, 305
 koniec linii, 287
 Like, 292
 makropolecenia, 283
 metody, 297
 moduły, 285
 nazwy, 287
 Not, 293
 obiekty, 295
 operatory, 292
 operatory porównania, 308
 Option Explicit, 291
 Or, 293
 parametry, 284
 pasek narzędzi Debug, 311
 pętle, 308
 podprogramy, 282, 283, 284
 ReDim, 301
 Select Case, 307
 Sub, 283, 284
 tablice, 300
 testowanie makropoleceń, 310
 Then, 306
 typy danych, 290
 uruchamianie makropoleceń, 310
 wprowadzanie kodu, 287
 wymiana informacji z arkuszem, 298
 wyrażenia, 291
 wywołanie rekurencyjne, 284
 Xor, 293
 zaznaczenie, 298
 zmienne, 289
 zmienne lokalne, 288
 Visual Basic, 281
 Visual Basic for Applications, 8, 281
 VLOOKUP, 354

W

W1K1, 17, 34, 296
 WARIANCJA, 366
 wariancja pomiaru, 179
 wariancja resztkowa, 179
 WARIANCJA.A, 366
 WARIANCJA.POPUL.A, 366
 WARIANCJA.PRÓBKI, 366
 wartości logiczne, 15
 WARTOŚĆ, 368
 Watch, 311
 Watch Window, 311

WEIBULL, 364
 WEIBULL.DIST, 364
 wektor, 37
 wersja Excela, 11, 325
 Width, 337, 344
 WIELOMIAN, 352
 wielomian interpolacyjny, 170
 wielomian Lagrange'a, 170, 175
 WIERSZ, 33, 51, 102, 118, 125, 354
 wiersze, 13, 31
 Wklej, 27
 właściwości, 295
 tylko do odczytu, 295
 WordWrap, 337, 339, 341
 Workbook, 295
 Worksheet, 295
 WorksheetFunction, 295, 325
 wprowadzanie
 formuły tablicowe, 42
 kod VBA, 287
 WSP.KORELACJI, 366
 współczynnik determinacji, 79, 180
 współrzędne biegunowe, 80
 Wstaw funkcję, 24, 289
 wstawianie tabeli, 57
 WYBIERZ, 49, 136, 354
 wykładnicza postać liczby zespolonej, 252
 wykresy, 75
 linia trendu, 78
 model linii trendu, 79
 regresja, 78
 wykresy liniowe, 76
 wykresy radarowe, 76, 80, 81
 wykresy XY, 76
 wykresy dynamiczne, 85
 krzywe Lissajous, 85
 wykresy powierzchniowe, 76, 83
 płaski wykres izololinii, 83
 zredukowane równanie stanu gazu van der
 Waalsa, 83
 wykresy przebiegu w czasie, 86
 wielkość wykresu, 87
 wygląd wykresu, 87
 zmiennosc gęstości pierwiastków, 87
 wykresy punktowe, 76
 przygotowanie danych, 76
 punkty połączone linią, 78
 tworzenie, 77
 wyliczanie adresów, 33
 wymiana informacji między arkuszem a kodem VBA,
 298
 wypełnianie odwołań strukturalnych, 62
 wyrażenia, 16, 291
 wyróżnik rozwiązywanie równania kwadratowego, 135
 WYST.NAJCZĘŚCIEJ, 367
 WYST.NAJCZĘŚCIEJ.TABL, 367
 WYST.NAJCZĘŚCIEJ.WART, 367
 WYSZUKAJ, 126, 164, 273, 354

WYSZUKAJ.PIONOWO, 163, 273, 354
 WYSZUKAJ.POZIOMO, 163, 354
 wyszukiwanie danych w tablicach, 163
 wyświetlanie danych, 15
 wyświetlanie tekstów formuł w arkuszu, 327
 wywołanie funkcji, 24
 wywołanie rekurencyjne, 284
 wyznaczanie cząstkowych objętości molowych, 94
 wyznacznik macierzy, 38, 41
 WYZNACZNIK.MACIERZY, 41, 43, 352
 wzór Eulera, 252, 255, 258

X

xlErrDiv0, 305
 xlErrNA, 305
 xlErrName, 305
 xlErrNull, 305
 xlErrNum, 305
 xlErrRef, 305
 xlErrValue, 305
 Xor, 293

Y

YEAR, 374

Z

Z.TEST, 366
 zagadnienie brzegowe równania różniczkowego
 zwyczajnego, 220
 zagnieżdżanie funkcji, 24
 zakres indeksów tablicy, 301
 zakres kryteriów, 266
 zakresy, 17, 37, 38
 zależność gęstości roztworu od temperatury
 i stężenia, 188
 zależność średniego współczynnika aktywności γ
 w roztworach kwasu azotowego od stężenia, 196

zamiana zakresu na stałą tablicową, 42
 ZAOKR, 137, 352
 ZAOKR.DO.CAŁK, 53, 190, 352
 ZAOKR.DO.TEKST, 368
 ZAOKR.DO.WIELOKR, 352
 ZAOKR.DÓŁ, 352
 ZAOKR.GÓRA, 352
 zaokrąglanie liczb, 137
 zapis liczb
 zapis naukowy, 14
 zapis półlogarytmiczny, 14
 Zarejestruj nowe makro, 284
 zarządzanie nazwami, 21
 zasada minimalnej sumy kwadratów, 177, 193
 ZASTĄP, 368
 Zastosuj nazwy, 21
 Zatrzymaj rejestrowanie, 285
 zaznaczanie
 serie danych, 78
 wykresy, 78
 zbieżne szeregi, 121
 zdarzenia, 330, 345
 zewnętrzne odwołania strukturalne, 61
 zgodność między arkuszami kalkulacyjnymi Excel i
 Lotus 1-2-3, 36
 ZŁĄCZ.TEKSTY, 368
 zmiana
 kolejność wykonywania operacji, 25
 nazwa tabeli, 61
 zmienna liczba argumentów, 303
 zmienne, 289
 nadawanie wartości, 291
 typy danych, 290
 zmienność gęstości pierwiastków, 87
 zmodyfikowana metoda stycznych, 146
 ZNAJDŹ, 368
 ZNAK, 293, 368
 ZNAK.LICZBY, 143, 352
 ZTEST, 366

Spraw, by Excel stał się najmocniejszym koniem w Twojej naukowej stajni!

Słyszy się czasem, że jedyną rzeczą, z jaką nie radzi sobie program Excel, jest parzenie kawy. Choć to z pewnością lekka przesada, trudno się nie zgodzić, że to właśnie arkusz kalkulacyjny stanowi najlepszą, najbardziej wszechstronną i najczęściej wykorzystywaną spośród wszystkich aplikacji pakietu Microsoft Office. Excela używa się do wykonywania obliczeń finansowych, tworzenia raportów, gromadzenia danych, a nawet przeprowadzania skomplikowanych analiz i symulacji, co powoduje, że program ten stał się standardem w wielu przedsiębiorstwach i instytucjach naukowych.

Jeśli poszukujesz poradnika, który w prosty sposób objaśni działanie najważniejszych narzędzi Excela, ułatwiających pracę analityka, naukowca, inżyniera lub zwykłego użytkownika, trafiłeś na właściwą książkę. Dowiesz się z niej, jak wydajnie i bezbłędnie rozwiązywać najbardziej skomplikowane problemy obliczeniowe. Poznasz metody numerycznego różniczkowania i całkowania, a także rozwiązywania równań liniowych, nieliniowych i różniczkowych. Nauczysz się wykorzystywać do swoich celów funkcje i tablice, a także tworzyć przejrzyste i atrakcyjne wizualnie wykresy. Zrozumiesz także, jak uprościć rachunki, wykorzystując możliwości języka Visual Basic for Applications.

W książce omówiony został Excel 2010 oraz jego wcześniejsze wersje, dlatego recepty na swoje problemy obliczeniowe znajdzie w niej każdy użytkownik tego narzędzia.

- Przygotowanie prostej bazy danych w arkuszu kalkulacyjnym
- Podstawy pracy z arkuszem kalkulacyjnym Microsoft Excel
- Operowanie na tablicach
- Prezentacja danych w formie graficznej
- Różniczkowanie numeryczne
- Obliczanie całek oznaczonych
- Rozwiązywanie układów równań
- Interpolacja danych
- Regresja liniowa i nieliniowa
- Rozwiązywanie równań różniczkowych
- Działania na liczbach zespolonych
- Konwersja jednostek
- Przykłady zastosowań języka VBA

NAUCZ SIĘ UŻYWAĆ
ARKUSZA
KALKULACYJNEGO
DO ROZWIĄZYWANIA
PROBLEMÓW
OBLICZENIOWYCH

W katalogu: 6127

Księgarnia internetowa:
<http://helion.pl>

Zamówienia telefoniczne:
0 801 339900
0 801 339900

helion.pl
księgarnia
internetowa

Szanowni Państwo! Gratulacje!
• <http://helion.pl/gratulacje>
Książki nadszły! Zapraszamy!
• <http://helion.pl/konwersja>
Zamów informacje o nowościach.
• <http://helion.pl/news>



Helion

Helion SA
ul. Koszalińska 1c, 44-100 Gliwice
tel.: 76 230 19 43
e-mail: helion@helion.pl
<http://helion.pl>

Cena 67,00 zł



Informatyka w najlepszym wydaniu